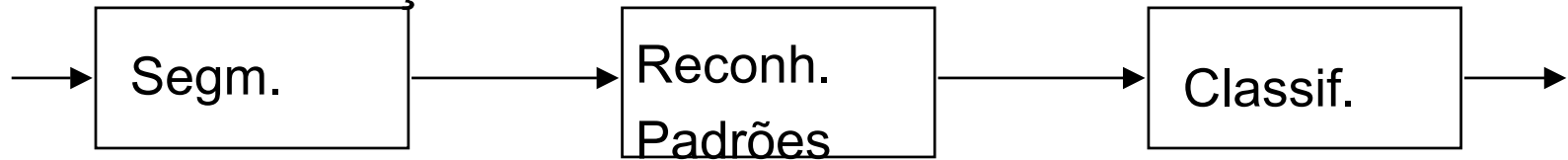


Segmentação de Imagens

✓ Motivação

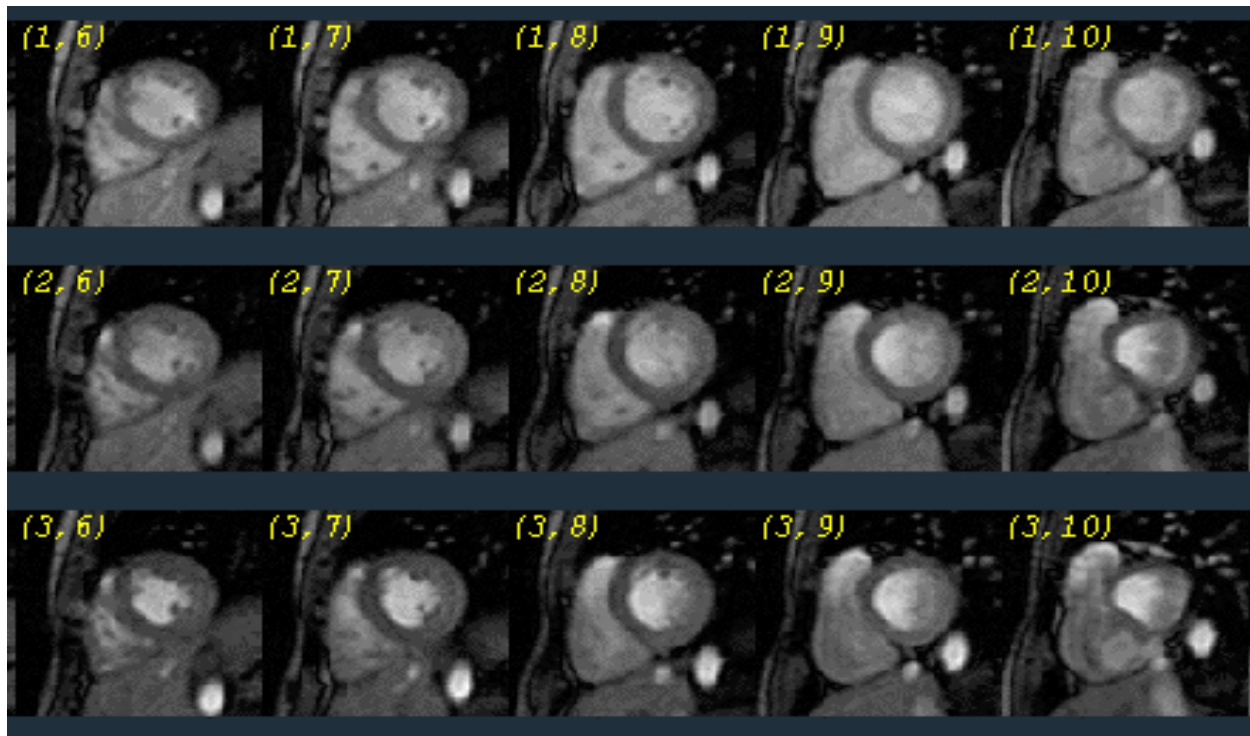
- Identificação de objetos
- Quantização: contagens, área, perímetro, volume
- Visualização 2D, 3D
- Reconhecimento de padrões
- Classificação



- ◆ Normal
- ◆ Patolog.
 - ◆ Congen.
 - ◆ Adquir.
 - ◆ ...

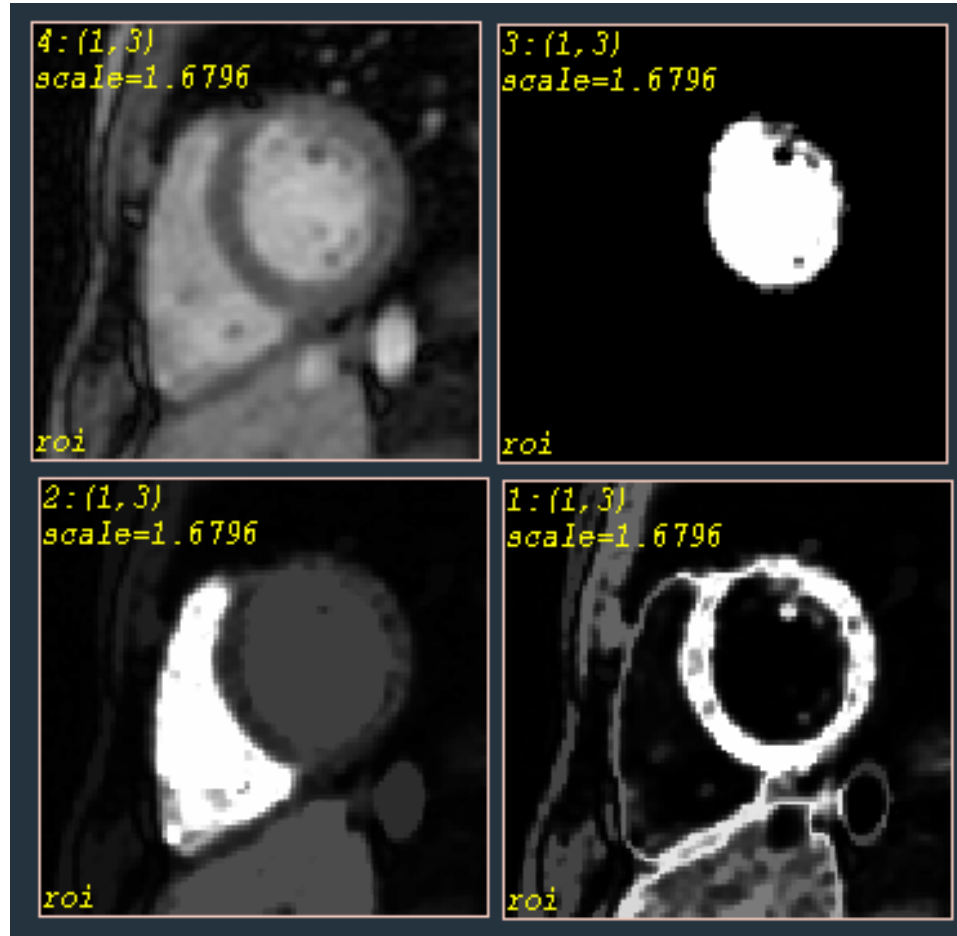
Motivação

- ✓ Processos convencionais (manual e semi-automático) : demorados e cansativos
 - gated MRI : 16 volumes, 12 cortes => 192 img
 - gated SPECT: idem



Resultados em RM

Transv.
RM

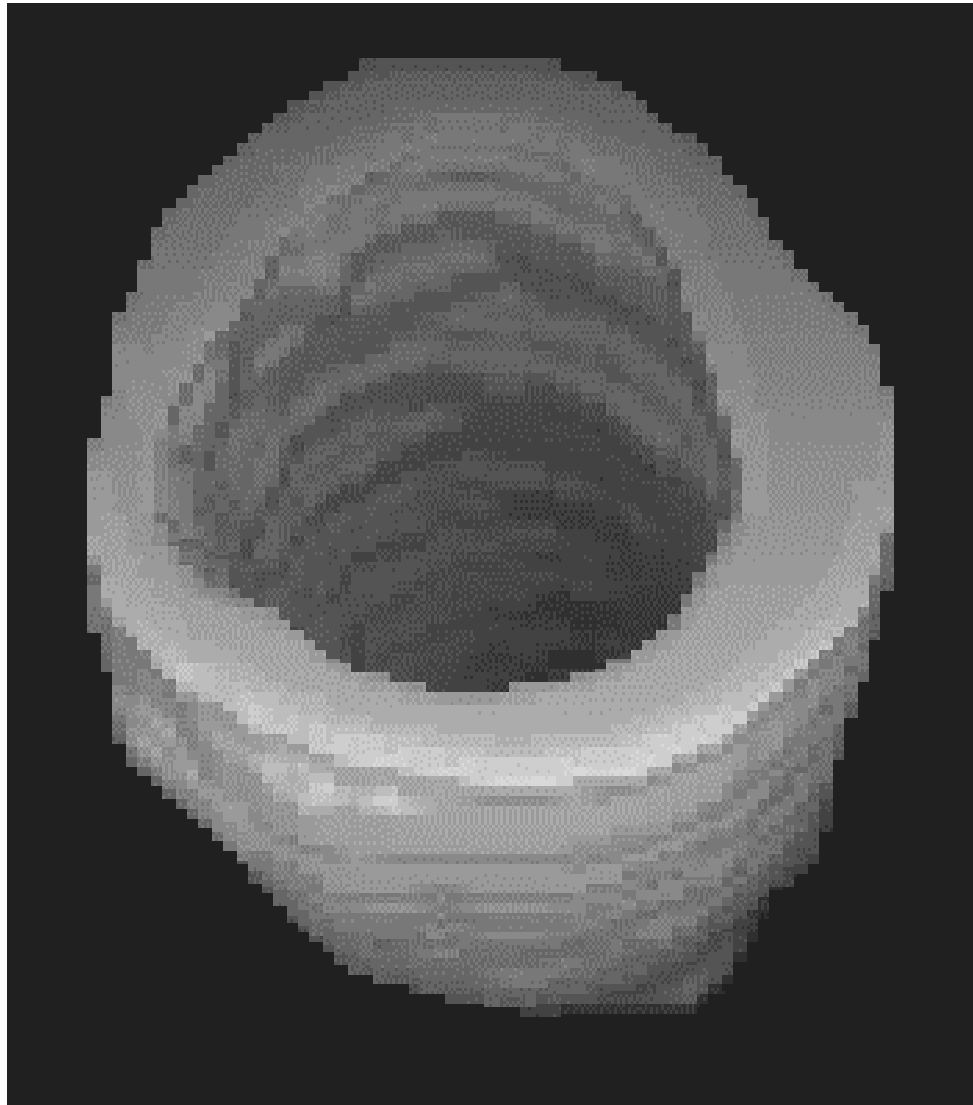


VE

VD

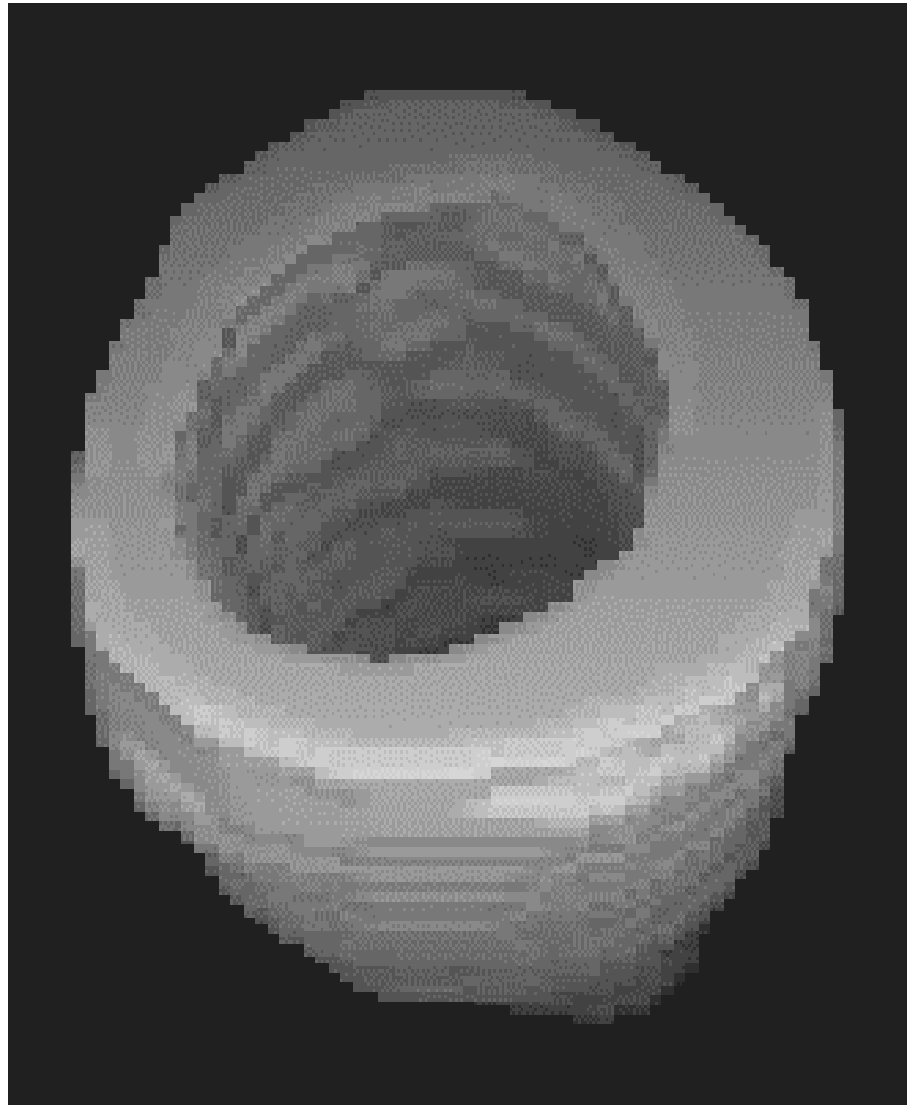
Mioc.

VE: pre-Ventriculotomia



Diástole

VE: pre-ventriculotomia



Sístole

Visão Global

- ✓ Operadores
- ✓ Representação dos resultados da segmentação
- ✓ Técnicas de segmentação
 - thresholding
 - snakes
 - region-growing
 - split-merge
 - fuzzy connectedness
 - redes neurais
 - métodos estatísticos
- ✓ Interpretação

Segmentação de Imagens

✓ Por descontinuidade

- operadores (detetores)

- ponto

- linha

- borda (gradiente, laplaciano e LoG)

- contornos

- manual

- semi-automático

- automático (conexão de bordas, Transf. de Hough)

✓ Por similariedade

- thresholding

- region-growing

- split and merge

Gradiente

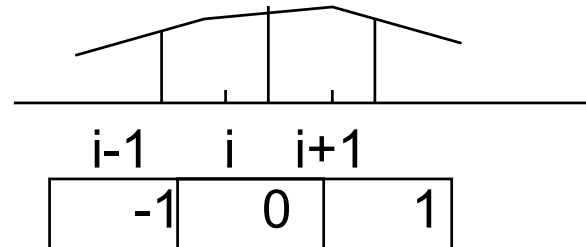
$$\nabla f(x, y) = \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} u_x + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} u_y$$

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|_{x=i} = f\left(i + \frac{1}{2}\right) - f\left(i - \frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(i + \frac{1}{2}\right) = \frac{f(i) + f(i+1)}{2}$$

$$f\left(i - \frac{1}{2}\right) = \frac{f(i-1) + f(i)}{2}$$

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|_{x=i} = \frac{f(i+1) - f(i-1)}{2}$$



$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|$$

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Sobel

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right|$$

-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

Algoritmo p/ Laplaciano em x?

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|_{x=i} = f\left(i + \frac{1}{2}\right) - f\left(i - \frac{1}{2}\right)$$

$$f\left(i + \frac{1}{2}\right) = \frac{f(i) + f(i+1)}{2}$$

$$f\left(i - \frac{1}{2}\right) = \frac{f(i-1) + f(i)}{2}$$

$$\left. \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|_{x=i} = \frac{f(i+1) - f(i-1)}{2}$$

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

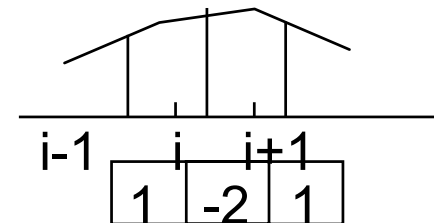
Sobel, Laplace,...

$$\text{Sobel } (f(x, y)) = \sqrt{\left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}\right)^2}$$

$$\text{Laplace } \nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} \right|_i &= \frac{\partial \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)}{\partial x} = \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \\ &= (f(i+1) - f(i)) - (f(i) - f(i-1)) \\ &= f(i-1) - 2f(i) + f(i+1) \end{aligned}$$

0	1	0
1	-4	1
0	1	1



$$H(z) = (z^{-1} - 2 + z)$$

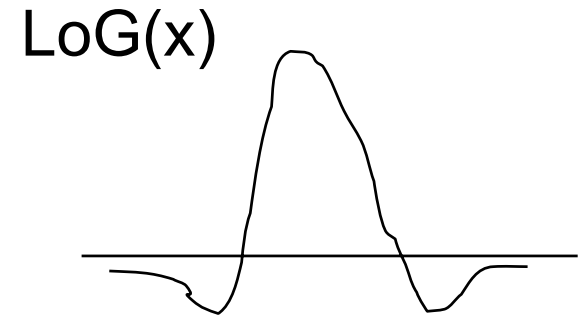
$$H(w) = -2(1 - \cos(wT))$$

Laplaciano da Gaussiana (LoG)

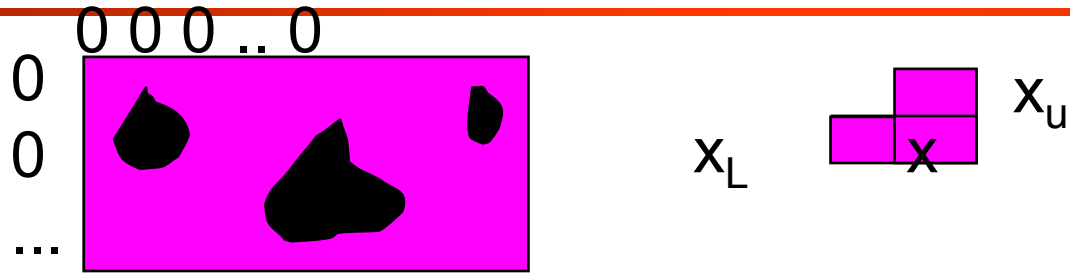
- ✓ Edge detector
 - Gauss=>Smooth
 - Laplace=>Zero crossing

$$Gauss(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$g(x, y) = \nabla^2 Gauss(x, y) * f(x, y)$$



Label (blob)

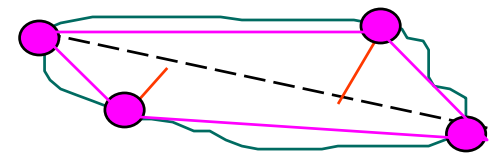
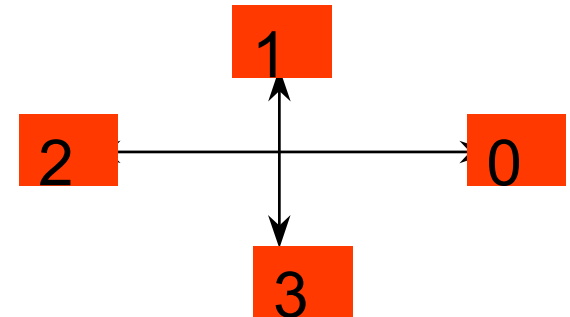


- 0 k=1 (classe do background/borda 0)
scan image x
- if $f(x) == 0$ continue
 - if $f(x_u) == 1$ and $f(x_L) == 0 \Rightarrow c(x) = c(x_u)$
 - if $f(x_u) == 0$ and $f(x_L) == 1 \Rightarrow c(x) = c(x_L)$
 - if $f(x_u) == 1$ and $f(x_L) == 1 \Rightarrow$
 $c(x) = c(x_L),$
 $c(x_u) \text{ equiv. } c(x_L)$
 - if $f(x_u) == 0$ and $f(x_L) == 0 \Rightarrow c(x) = k++$

Expansão p/ 3D

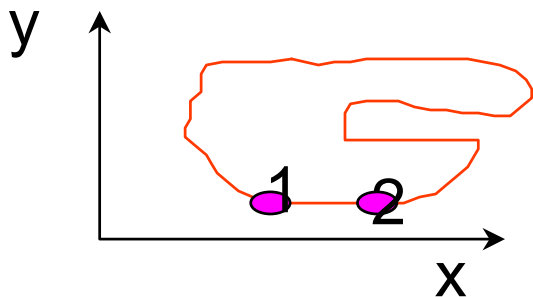
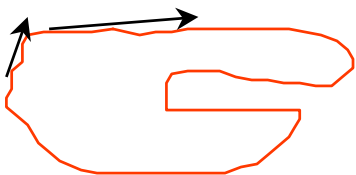
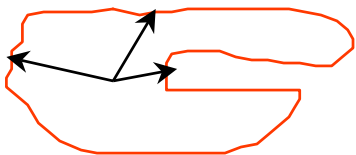
Representação dos objetos

- ✓ formato, texturas
- ✓ características desejadas:
 - invariância à Translação, Rotação e Escala (e Ponto de início p/ contornos)
- ✓ Contornos de objetos
 - encadeamento: 013102...
 - direção
 - variação de direção
 - Invar. T, R, (E se usar escala adequada), (I se normalizar)
 - polígonos
 - max. distância ao contorno
 - convex hull
 - menor conjunto convexo que contém o objeto.

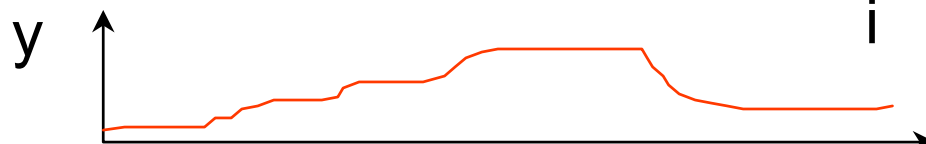
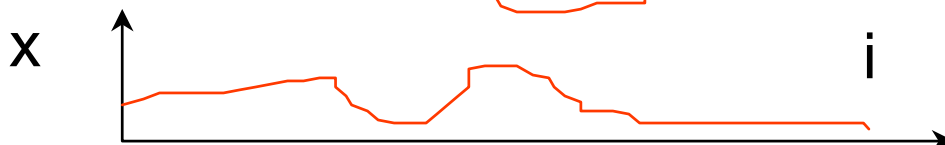
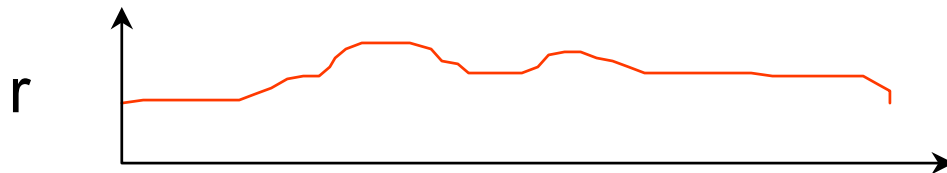


Representação de contornos

- esqueleto
- assinaturas



$r(\theta)$: inv. T, R (se mesmo I),
E (se normalizado pela var.)
 $\theta(i)$:
 $x(i) + jy(i)$



Segmentação por região

✓ Região: Region-growing

- conectividade, afinidade, tamanho, forma, possibilidade
 - semente
 - para cada vizinho, agregar o mesmo se similar. Se agregado, considerar os vizinhos deste.

✓ Região: Split and Merge

- quadtree, octree
 - testar homogeneidade de cada quadrante
 - se não homogêneo, subdividir e continuar até último quadrante
 - merge de quadrantes vizinhos com homogeneidades similares.

✓ Movimento:

- diferença acumulativa: histograma
- domínio da freq.: projeção das imagens. velocidade média

Técnicas: Thresholding

- ✓ $T = T[f(x,y), x, y, p(x,y)]$
 - de imagem $f(x,y)$
 - $p(x,y)$: propriedade local
- ✓ Global
- ✓ Ótimo:
- ✓ local : baseado na região das bordas
- ✓ baseado em características: grad. e laplaciano
- ✓ multi-banda

$$\min_T \text{Erro}(T)$$

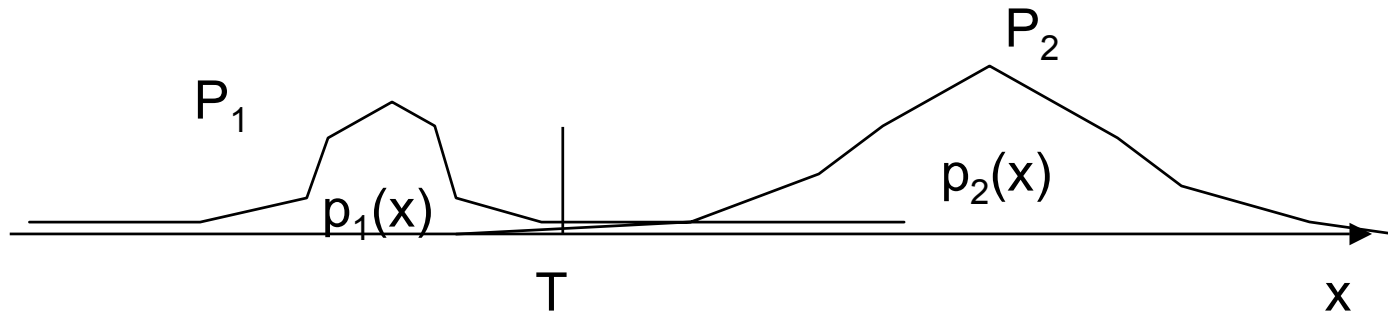
$$\text{Erro}(T) = P_2 \cdot \int_{-\infty}^T p_2(x) dx + P_1 \cdot \int_T^{\infty} p_1(x) dx$$

$$\frac{\partial \text{Erro}(T)}{\partial T} = 0 \Rightarrow P_1 \cdot p_1(T) = P_2 \cdot p_2(T)$$

$p_1(x), p_2(x)$: se Gaussian

$$T = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_2} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Optimal thresholding



$$p(x) = P_1 \cdot p_1(x) + P_2 \cdot p_2(x)$$

$$p_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} \exp\left(-\frac{(x - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right)$$

$$P_1 + P_2 = 1$$

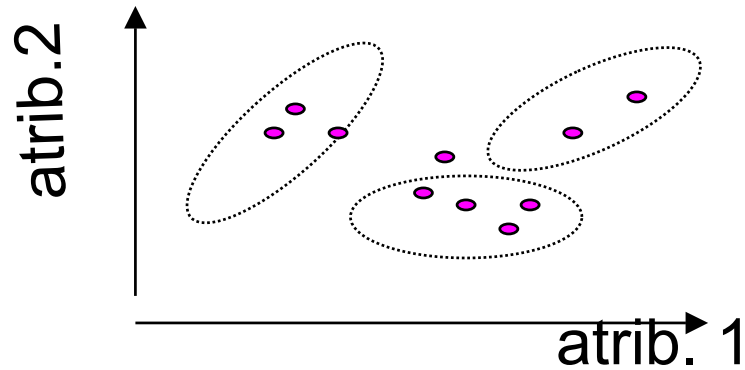
$$Erro = P_2 \cdot \int_{-\infty}^T p_2(x) \cdot dx + P_1 \cdot \int_T^{\infty} p_1(x) \cdot dx$$

$$\min_T Erro \Rightarrow \frac{\partial Erro}{\partial T} = 0$$

$$\Rightarrow P_1 \cdot p_1(T) = P_2 \cdot p_2(T)$$

$$T = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} + \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_2} \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Isodata (k-means)



- 0) K classes com centro em c_i
- 1) Inicializar $c_j^{(0)}$
- 2) Para cada $x_i \Rightarrow$ atribuir x_i p / classe j com menor distancia
- 3) Recalcular c_j
- 4) Repetir 2) e 3) ate nao haver mais alter.

Segmentação de estruturas 3D dinâmicas

✓ Motivação

- medida e visualização de estruturas do mundo real
- estruturas dinâmicas
- coração, VE, miocárdio, ...
- parâmetros: FE, volume, área, ...

✓ Dificuldades

- elevado volume de dados:
16 vol. X 12 slices X 256 X 256
=> 192 slices
- estruturas complexas : forma, superposição, diversas intersecções com um plano, não-homogeneidade, especificidade, ...

PROBLEMA e PROPOSTA

✓ PROBLEMA

- Segmentação de estruturas 3D, 4D
- Estruturas complexas

✓ PROPOSTA

- conectividade fuzzy considerando múltiplas imagens de um objeto

✓ RAZÕES INTUITIVAS

- estruturas de interesse tem voxels conectados (fuzzy) pelo menos em alguma dimensão
- conectividade baseado em afinidade entre voxels
- fácil expansão p/ 3D, 4D

Fuzzy Connectedness entre 2 vox.

- ✓ Considera adjacencia e afinidade entre dois voxels
- ✓ Dados 2 voxels “i” e “j” com valores (vetorial) $v(i)$, $v(j)$

$$fc(i,j)=\max\{f(i,j)\}$$

$$f(i,j)=g(\text{adj}(i,j), v(i), v(j), i, j)$$

adj : adjacencia (fuzzy)

$$f(i,j)=\text{adj}(i,j) \cdot \text{affin}(v(i), v(j), i, j)$$

affin: afinidade (fuzzy)

Fuzzyness

- ✓ fuzzy sets, membership

Domínio X

Fuzzy Set = $\{ (x, f(x)) \mid x \in X \}$

$f : X \Rightarrow [0, 1]$ (membership)

- ✓ fuzzy relation

$i \in X, j \in X$

relation = $\{(i, j), r(i, j)\}$

$r : X \times X \Rightarrow [0, 1]$

✓ fuzzy relation

- connectedness
- adjacency
- affinity

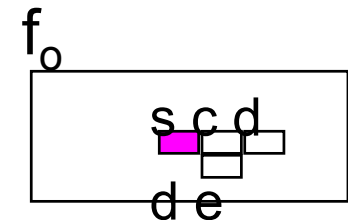
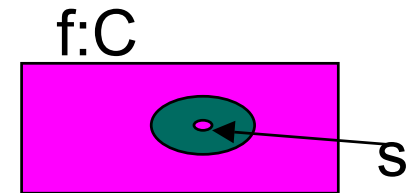
✓ Proposta

- $\text{adj}(i,j)=1$ (se 1-adjacent)
=0
- $\text{affin}(i,j)=\exp(-0.5d^{**2})$
 d^{**2} : dist. estatística
- programação dinâmica
queue

Conectividade Fuzzy

✓ Algorit: Fuzzy Object Extraction

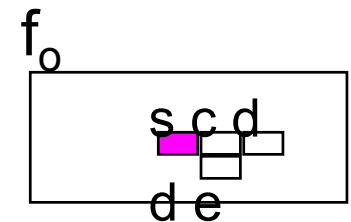
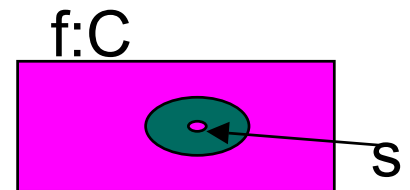
- Input: imagem (C, \mathbf{f}) e seed \mathbf{s}
- Output: imagem (C_o, \mathbf{f}_o)
- Auxiliares: queue Q
 0. Set $f_o(i)=0$, $i \neq s$ e $f_o(s)=1$
 1. Push all spels \mathbf{c} of C_o | $\text{affin}(s, \mathbf{c}) > 0$ to Q
 2. While Q is not empty do
 - 2.1. Remove a spel \mathbf{c} from Q
 - 2.2. find $f_{\max} = \max_d [\min(\mathbf{f}_o(d), \text{affin}(c, d))]$
 - 2.3. if $f_{\max} > \mathbf{f}_o(c)$ then
 - set $\mathbf{f}_o(c) = f_{\max}$
 - push all spels \mathbf{e} | $\text{affin}(c, \mathbf{e}) > 0$ to Q
 - endif
 - 2.4. endwhile



Conectividade Fuzzy

✓ Algorit: Fuzzy Object Extraction

- Input: imagem (C, \mathbf{f}) e seed \mathbf{s}
- Output: imagem (C_o, \mathbf{f}_o)
- Auxiliares: queue Q
 0. Set $f_o(i)=0$, $i \neq s$ e $f_o(s)=1$
 1. Push all spels \mathbf{c} of C_o | $\text{affin}(s, \mathbf{c}) > 0$ to Q
 2. While Q is not empty do
 - 2.1. Remove a spel \mathbf{c} from Q
 - 2.2. find $f_{\max} = \max_d [\min(\mathbf{f}_o(d), \text{affin}(c, d))]$
 - 2.3. if $f_{\max} > \mathbf{f}_o(c)$ then
 - set $\mathbf{f}_o(c) = f_{\max}$
 - push all spels \mathbf{e} | $\text{affin}(c, \mathbf{e}) > 0$ to Q
 - 2.4. endwhile



Segmentação de Imagens Médicas 3D baseado em Vetor de Atributos e Conectividade Competitiva

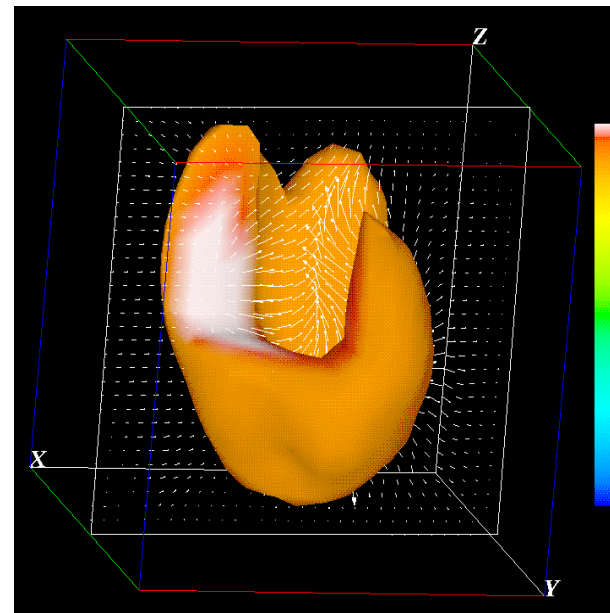
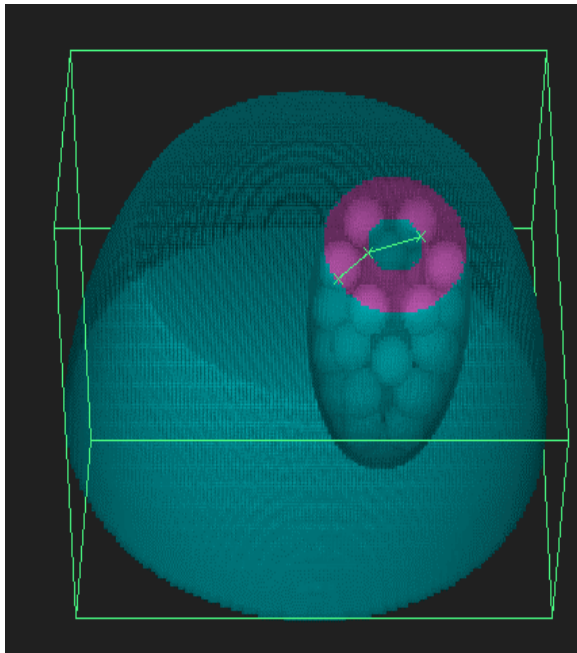
S.S. Furuie¹, M.F.S. Rebelo¹, M.A.
Gutierrez¹, J.K. Udupa²

¹Divisão de Informática
Instituto do Coração - HC.FMUSP

²Medical Image Processing Group
University of Pennsylvania

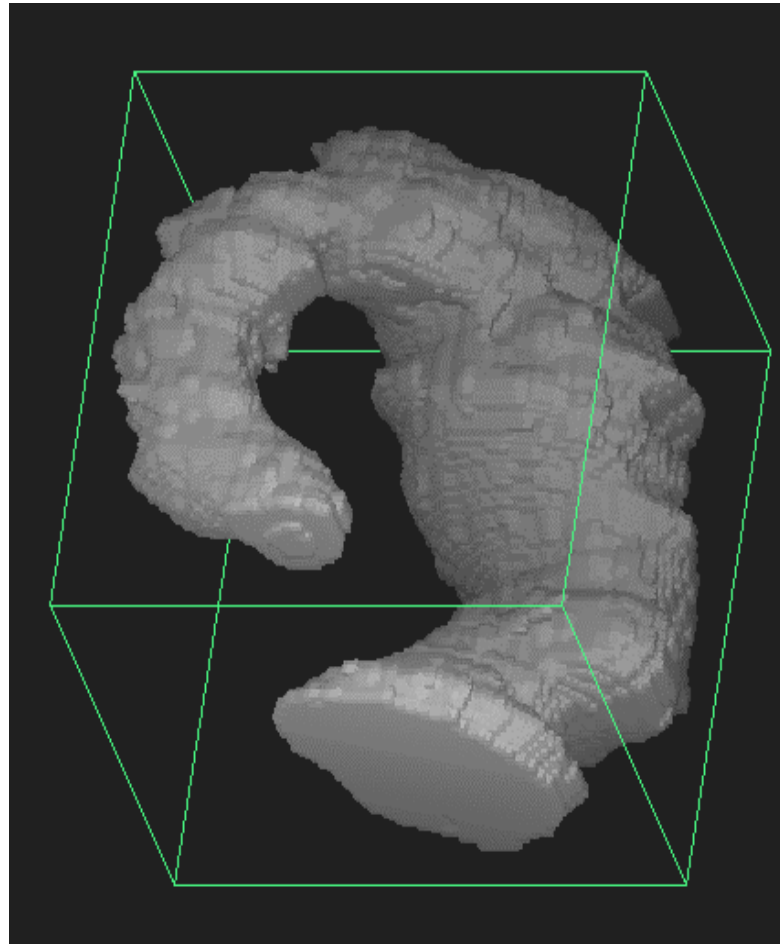
Motivação

- ✓ Segmentação de objetos é crítica para quantificação e visualização 3D



Motivação

- Evitar a extenuante tarefa de segmentar centenas de imagens manualmente

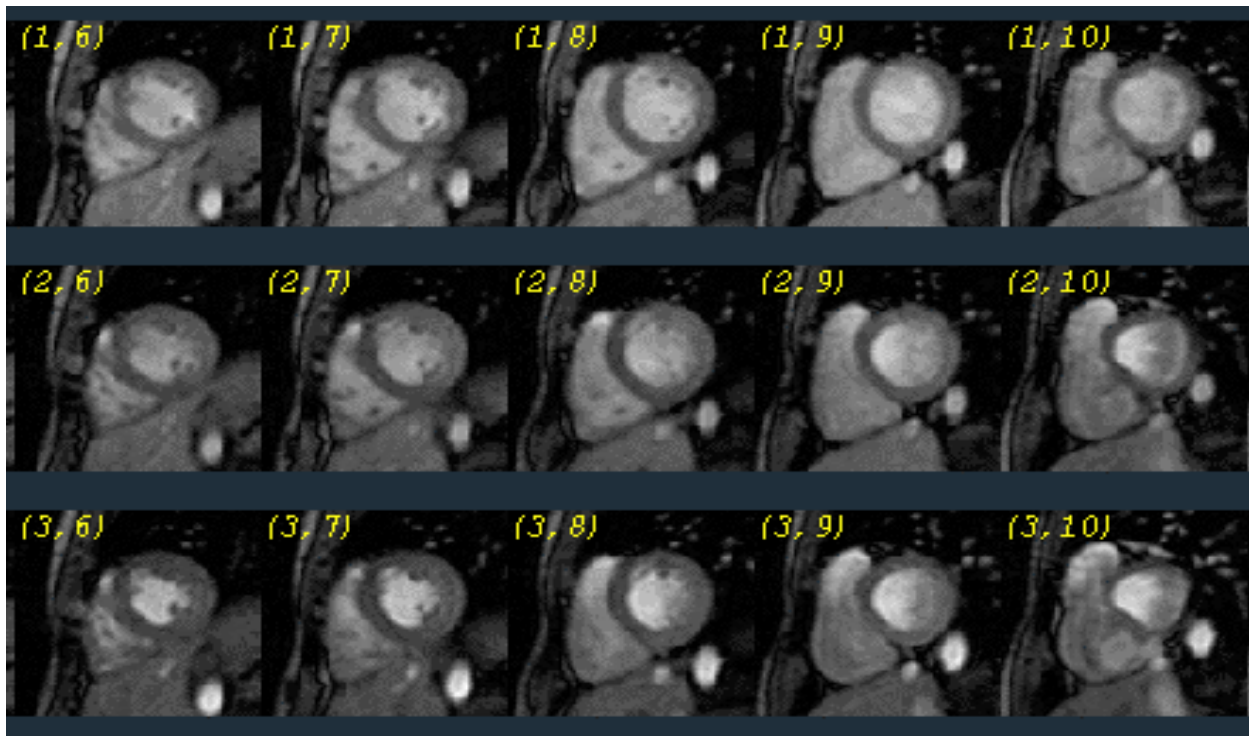


**Segmentação
manual
(RM)**

Aorta com patologia

Motivação

- ✓ Processos convencionais (manual e semi-automático) : demorados e cansativos
 - gated MRI : 16 volumes, 12 cortes => 192 img
 - gated SPECT: idem

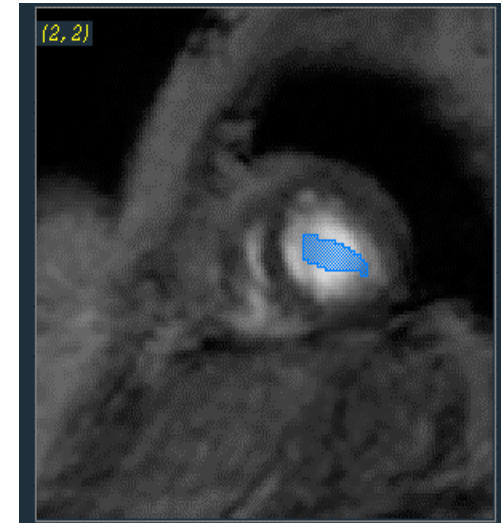


Objetivos

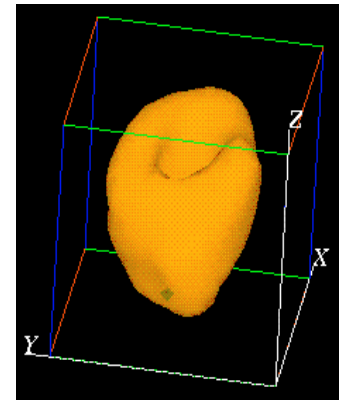
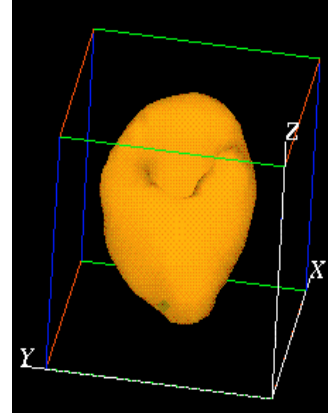
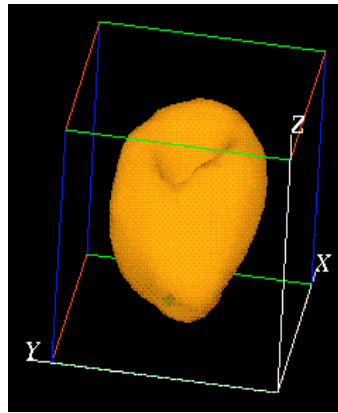
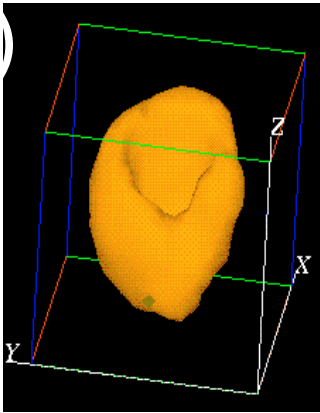
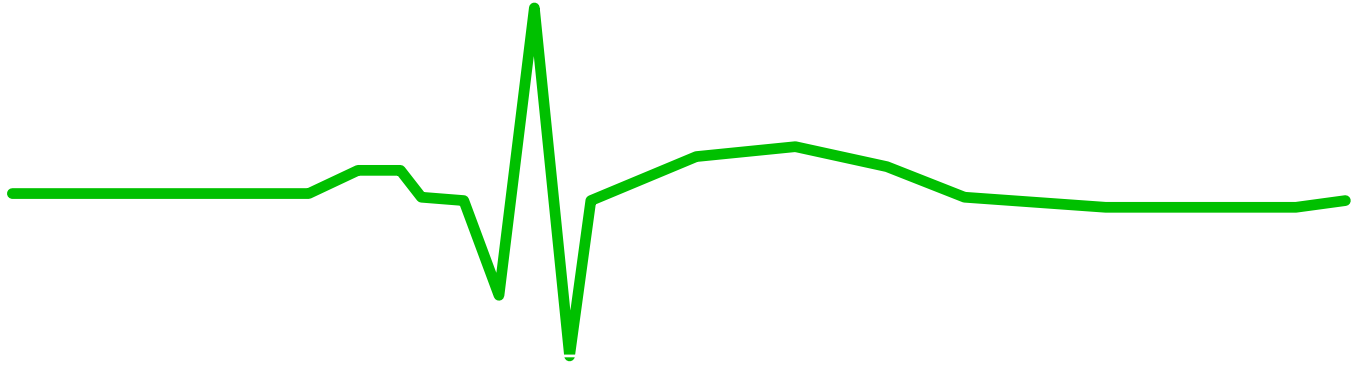
- ✓ Segmentação de estruturas Médicas 3D
 - Com pequena intervenção humana
 - Independente da modalidade e órgão
 - Aplicável a 3D dinâmicas
 - Inclusão de múltiplos atributos
 - Permita inclusão de informações “a priori”
 - Múltiplos objetos (VE, VD, Miocárdio, ...)

Protocolo

- ✓ Imagens 3D dinâmicas de Ressonância Magnética do Coração
- ✓ 16 volumes com 12 cortes (256 x 256, 16 bits)
- ✓ 1,64 x 1,64 x 10,0 mm
- ✓ O usuário fornece uma região do objeto de interesse em um dos cortes.

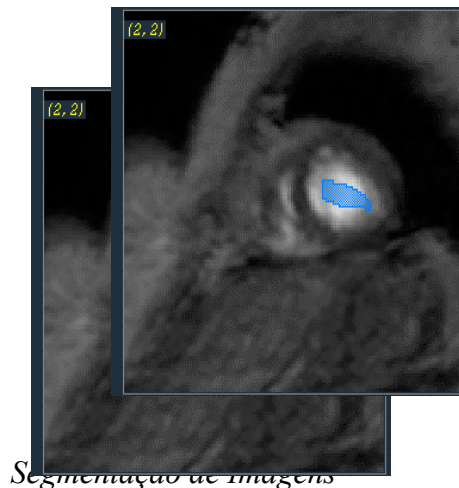


Gated 3D



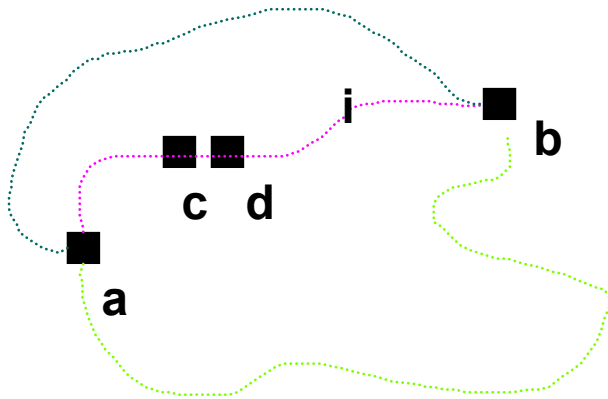
Hipóteses

- ✓ Possibilidade de treinar o classificador através de uma amostra do objeto com características aproximadamente homogêneas.
- ✓ Os parâmetros estimados, através de um corte (treinamento), são válidos para todo o objeto;



Metodologia

- ✓ Cálculo do *vínculo* de cada voxel a cada objeto de interesse
 - Vínculo entre dois voxels depende da afinidade e da conectividade espacial em todos os caminhos possíveis



$$V(a,b) = \max_i \{ v(a,b | i) \}$$

$$v(a,b | i) = \min \{ \text{afin}(c,d) \}$$

Metodologia

- ✓ Afinidade é baseado no vetor de atributos e adjacência

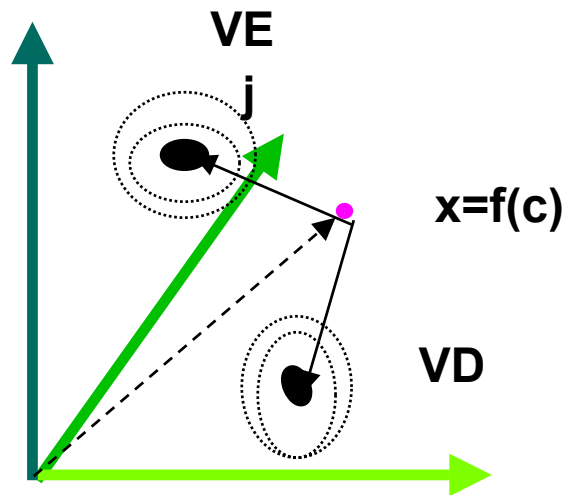
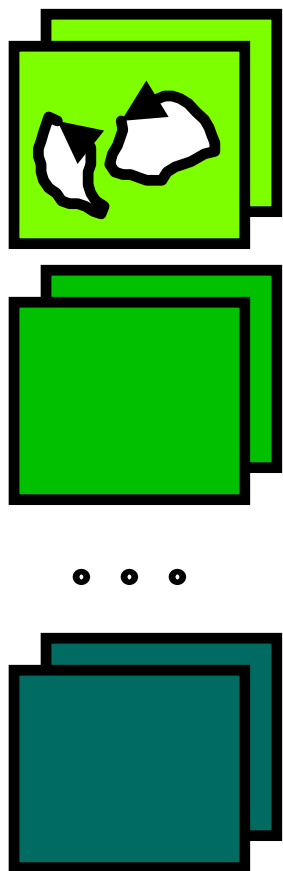
$$\text{afin}(c,d) = h[\text{adj}(c,d), f(c), f(d), c, d]$$

$f(x)$: vetor de atributos sobre o voxel x

- ✓ $\text{afin}(c,d) = \text{adj}(c,d) \cdot h[f(c), f(d)]$
- ✓ $h()$ = grau de similaridade dos atributos ao objeto
- ✓ programação dinâmica

associação 'fuzzy'

função de associação : verossimilhança



$$h_j: R^M \rightarrow [0,1]$$

$$h_j(x) = \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot d_j^2(x)\right)$$

$$d_j^2(x) = (x - \bar{x}_j)^T \cdot S_j^{-1} \cdot (x - \bar{x}_j)$$

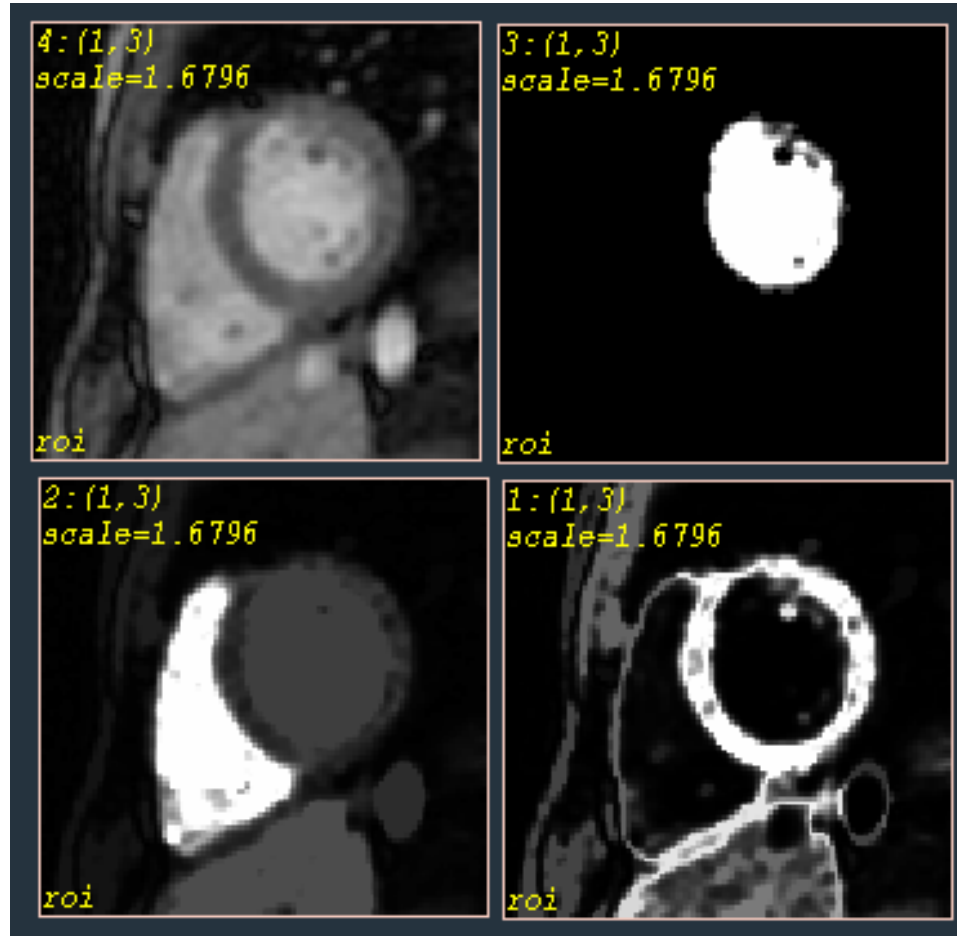
Algoritmo

O algoritmo, para um dado objeto de interesse, consiste portanto em:

- Estimar os parâmetros estatísticos (média e covariância) do cluster correspondente ao objeto através dos voxels de uma região fornecida pelo usuário;
- Calcular a matriz de covariância inversa;
- Obter o vínculo de cada voxel a cada objeto
 - Para cada voxel, calcular a associação ao objeto
 - Calcular afinidade
 - Obter o vínculo (Programação dinâmica)

Resultados em RM

Transv.
RM



VE

VD

Mioc.

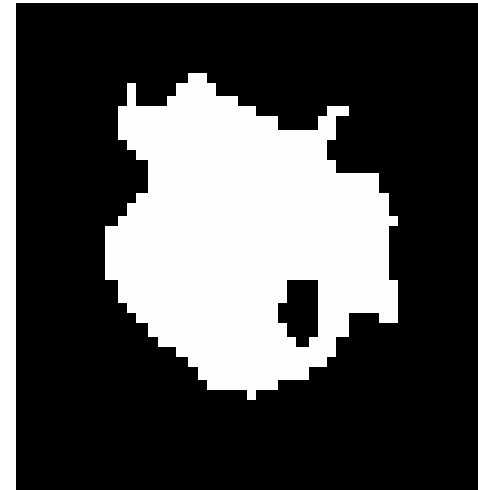
Competição

Imagem com a
associação aos
objetos VE e Mioc.

Músculos



Extração do
objeto VE



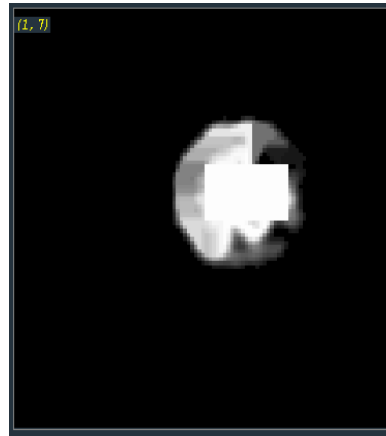
```
if (  $f_{VE}(x) > f_{MIOC}(x)$  )  
then  $f_{VE}(x)=1$   
else  $f_{VE}(x)=0$ 
```

Cavity Segmentation: results



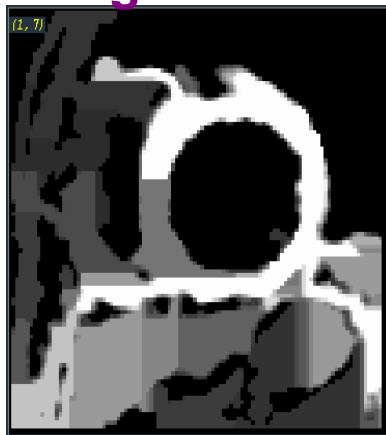
a

Original



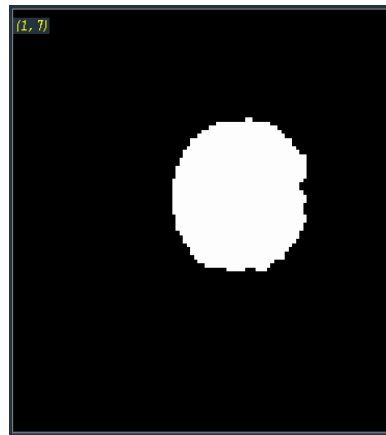
b

CAVI memb.



c

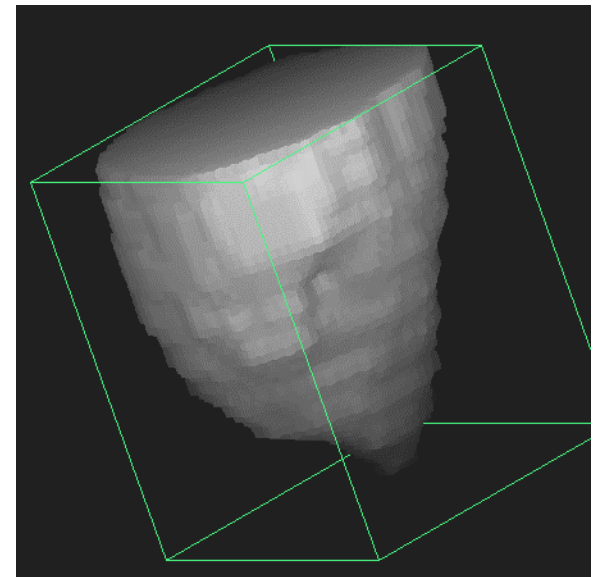
MYOC memb.



d

Segm. Cavity

Proc. time (1 vol.)=21 s
Ultra Sparc 1/140



Segmentation of LV myocardium

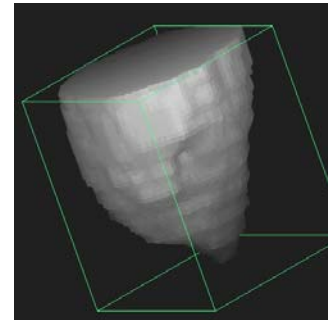
- ✓ From the endocardium surface: incorporation of connected voxels with low cost
- ✓ Cost: gradient, local texture, smoothness and shape

Cost function

$$\text{cost}(i) = \max\{a.\text{grad}^2(i), b.\text{texture}(i), c.\text{shape}(i)\}$$

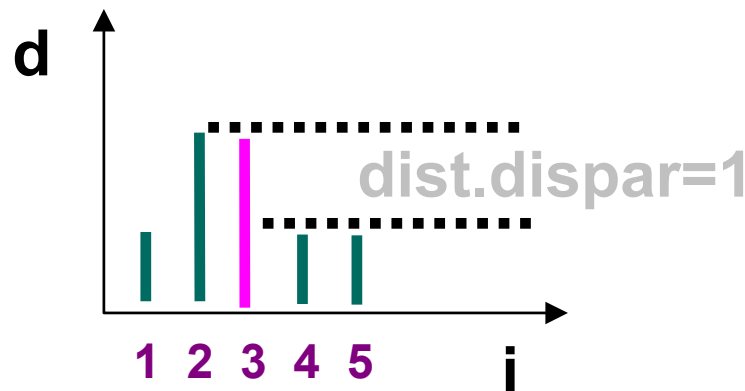
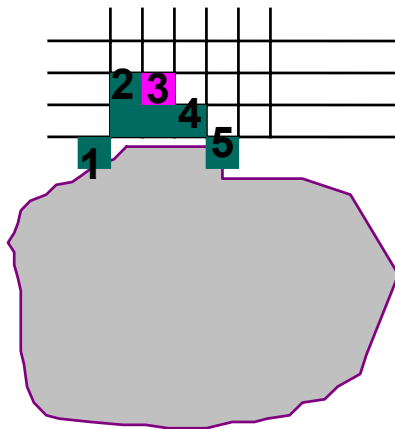
- $\text{grad}(i)$: local 3D gradiente magnitude
 $a = 1/\text{std}(\text{grad}^2)$
- $\text{texture}(i)$: difference of local mean and expected
 $\text{texture}(i) = (v_i - m)^2$
 $b = 1/\text{std}(\text{texture})$
- $\text{shape}(i)$: distance disparity in relation to endocardium
 $c = 1/2$ (two voxels of distance disparity)

$$\text{Threshold} = \max\{\text{avg}(\text{grad}^2), \text{avg}(\text{texture})\} + 1.0$$



Smoothness and shape

- ✓ $\text{shape}(i) = \max_{m,n} \{d_m - d_n \mid m,n \text{ in } N(i)\}$
 d_k : the smallest distance of voxel k to endocardium surface
 $N(i)$: neighbor surface voxels of i , including i . The window size used for this work was $5 \times 5 \times 5$.
- ✓ Based on distance map

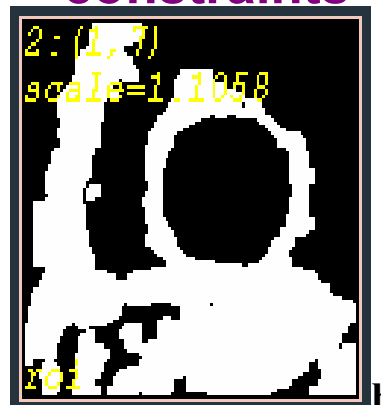


Results: LV Myocardium

Original



w/o shape constraints

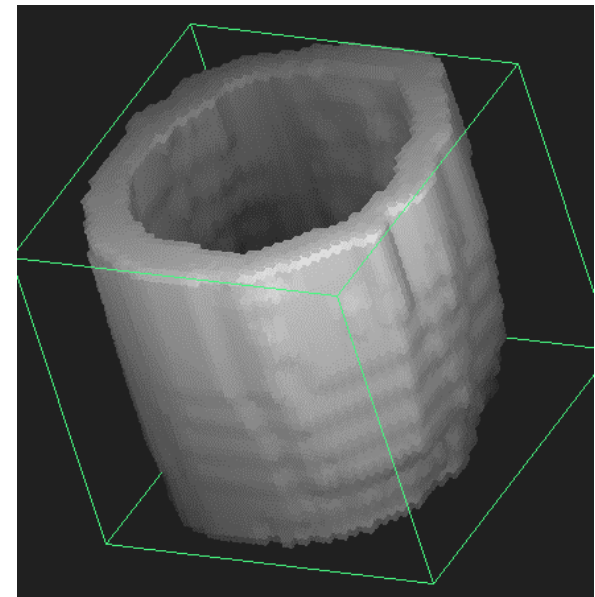


Proposed

Manual

Segmentação de Imagens

Proc. time (1 vol.): 4 s
Ultra Sparc 1/140



3D rendition

Conclusions

- ✓ Two-step technique: cavity and myocardium
- ✓ Semi-automatic volumetric approach
 - Assures connectivity
 - Inclusion of priors:
 - position
 - smoothness and shape
- ✓ Independent of modality, patient, calibration,...
- ✓ Further investigation:
 - objective comparison with manual approach
 - alternative shape cost functions

Vantagens/Desvantagens

- + treinamento baseado na imagem
 - Independência da escala, equipamento,..
- + método inerentemente 3D, 4D
- + incorpora conectividade espacial e afinidade considerando múltiplos atributos

- lento
- assume distribuição normal multivariada para os atributos

Conclusão

- ✓ Abordagem geral
 - no domínio espacial: imagens 2D, 3D, ...
 - no domínio dos atributos: imagens múltiplas
- ✓ Assegura conectividade
- ✓ Aprende as características dos objetos, considerando as circunstâncias da aquisição (treinamento mínimo)
- ✓ Resultados no sentido 'fuzzy'
- ➔ Pesquisas futuras:
 - agilização do algoritmo
 - texturas específicas que ressaltem objetos
 - medidas de afinidade

Resultados

- ✓ Phantoms 3D
 - bons resultados
- ✓ MRI do coração (4D)
 - aquisição degradada
 - classificação autom.
 - vários falsos negativos
- ✓ A investigar
 - outra aquisição
 - definir novos affinity functions
 - refinamento (simulated annealing, semi-automático, ...)

Abordagem usando 'Level set' para segmentação de imagens

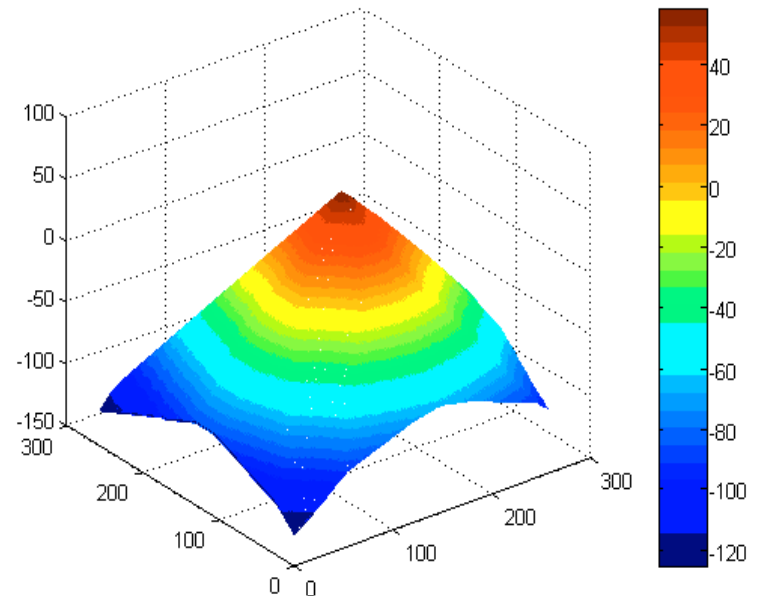
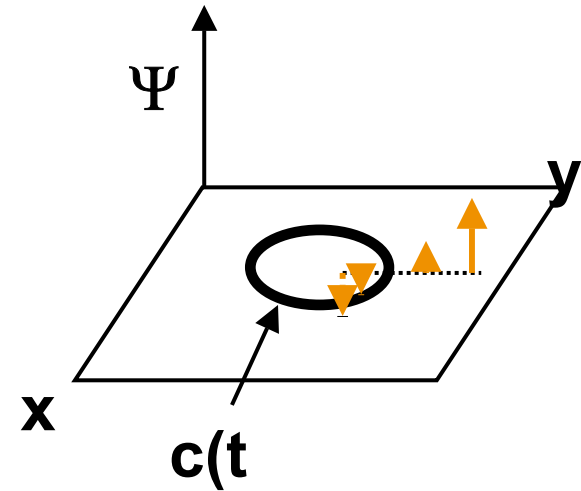
Unidade de Pesquisa e Desenvolvimento
Serviço de Informática
InCor

4 LEVEL SET FUNCTIONS

$$\Psi : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\Psi(c(t), t) = 0$$

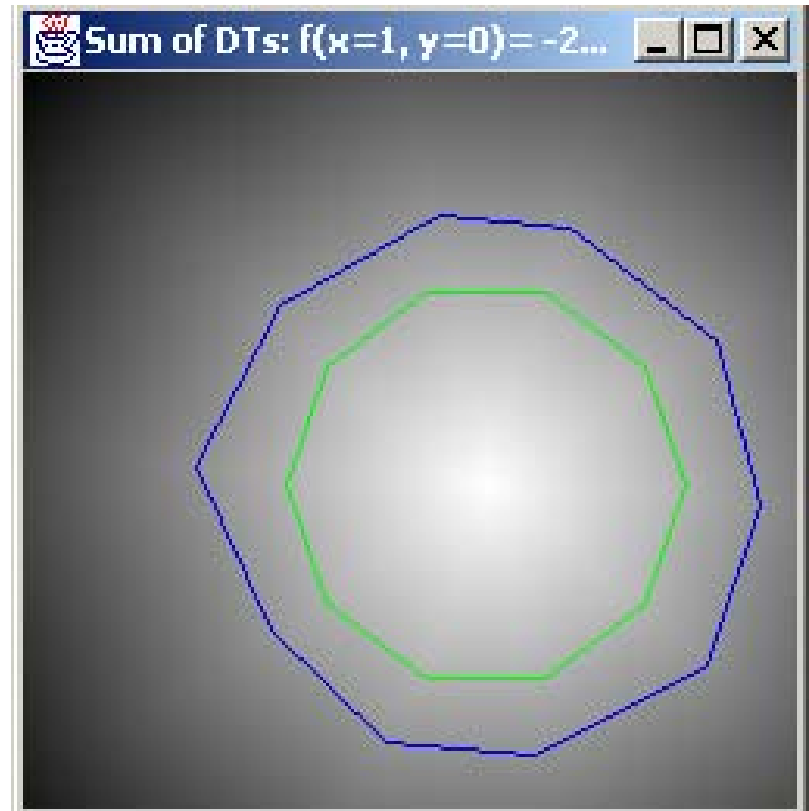
Signed distance transform



6 Cost function: similarity

- ✓ Similarity
 - pointwise curvatures of level set Ψ_K
 - Gaussian curvature

$$\Psi_K(\mathbf{r}) = \Psi_S(\mathbf{r}) + \Psi_D(\mathbf{r})$$



Level set Ψ_K used for curvature estimation.

Motivação

- ✓ Metodologia para segmentação de imagens
 - n-dimensional
 - contornos complexos
- ✓ Descrição dos objetos identificados
- ✓ Análise e visualização



Snakes

- ✓ Não possibilita intersecção de contornos
- ✓ 2D
- ✓ Dependente da modelagem das forças/velocidades
- ✓ Dependente de pesos dos termos da função

Descrição

- ✓ Baseado em modelos físicos de propagação de interfaces e modelos deformáveis
 - fluído
 - chamas
 - crescimento de cristais
- ✓ Solução de PDE do tipo Hamilton-Jacobi

PARA MAIS INFORMAÇÕES...

Shape modeling with front propagation: a level set approach

R Malladi, JA Sethian, BC Venturi. IEEE PAMI 17(2):158-175, feb1995

Vantagens

- ✓ Sem suposições a priori de topologias
- ✓ Suporta formas complexas e nDimensionais
- ✓ Pontos fracos
 - modelagem da velocidade de propagação
 - condições de parada

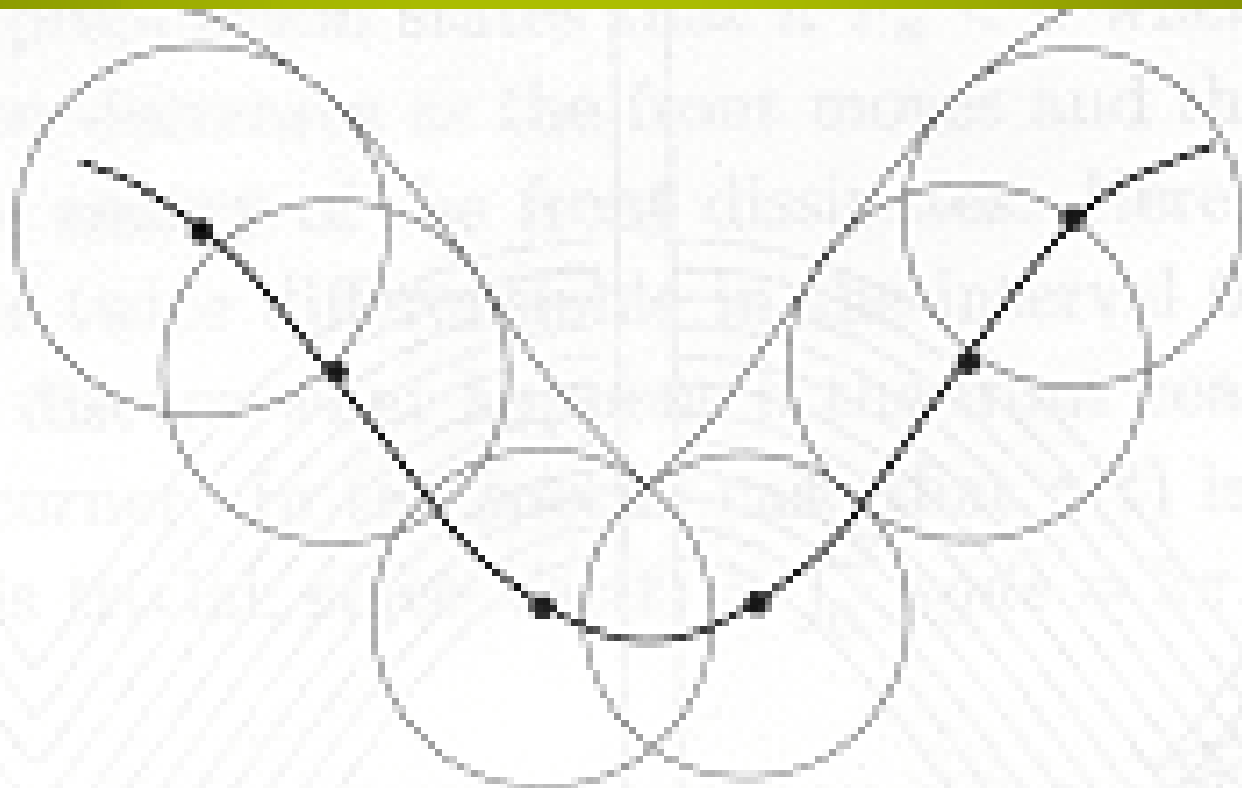


(a) Swallowtail ($F = 1.0$)



(b) Entropy solution ($F = 1.0$)

Fig. 2.3. Cosine curve propagating with unit speed.



Globally closest points to boundary data

Fig. 2.4. Huygens' solution to propagation $F = 1$

Metodologia

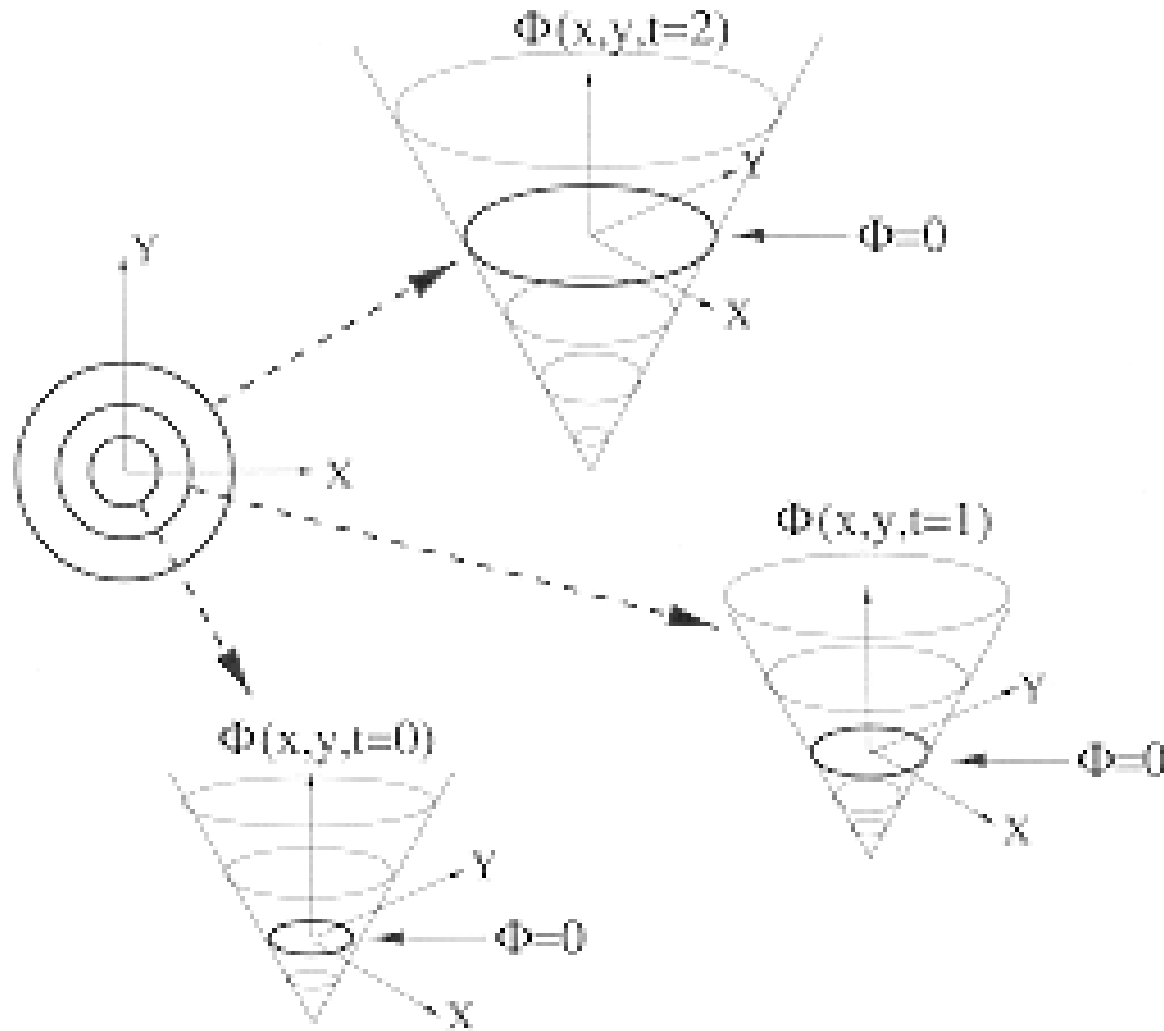
- ✓ Dado um contorno
- ✓ Gerar uma hipersuperfície
- ✓ No qual o contorno é solução

$$\gamma(t) : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^N$$

$$\Psi(\vec{x}, t) : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\gamma(t) = (\vec{x} \mid \Psi(\vec{x}, t) = 0)$$

Exemplo de hipersuperfície



Metodologia: level set

$$\gamma(t) = (\vec{x} \mid \Psi(\vec{x}, t) = 0)$$

$$\Psi(\vec{x}, t) = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial \Psi}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dt} + \dots = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \vec{\nabla} \Psi \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + |\vec{\nabla} \Psi| \cdot \left(\vec{n} \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} \right) = 0$$

- ✓ Diferenciando...
- ✓ Notando que gradiente é normal ao contorno
- ✓ PDE do tipo Hamilton-Jacobi
- ✓ Condição inicial

Modelagem da velocidade

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left| \vec{\nabla} \Psi \right| \cdot \left(\vec{n} \cdot \frac{d\vec{x}}{dt} \right) = 0$$

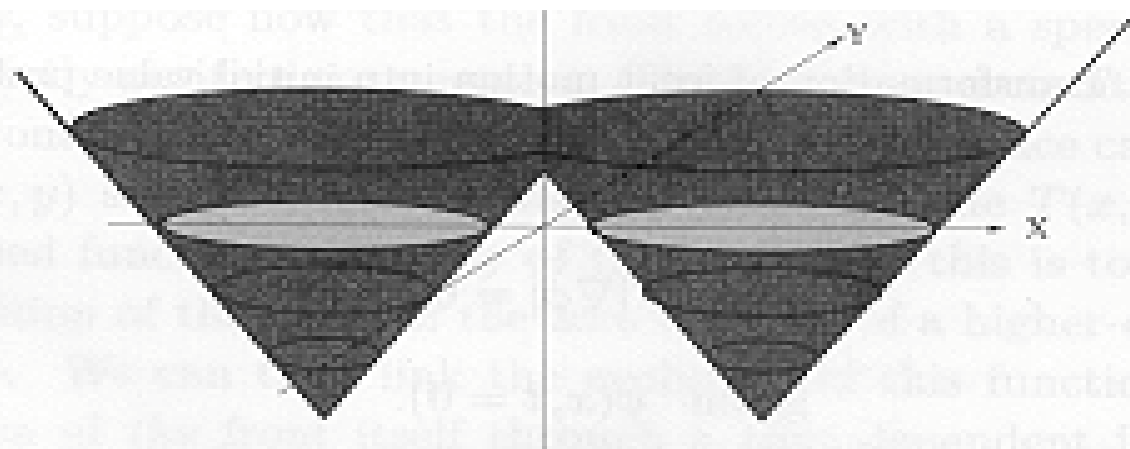
$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \left| \vec{\nabla} \Psi \right| \cdot F = 0$$

$$\vec{n} = \frac{\vec{\nabla} \Psi}{\left| \vec{\nabla} \Psi \right|}$$

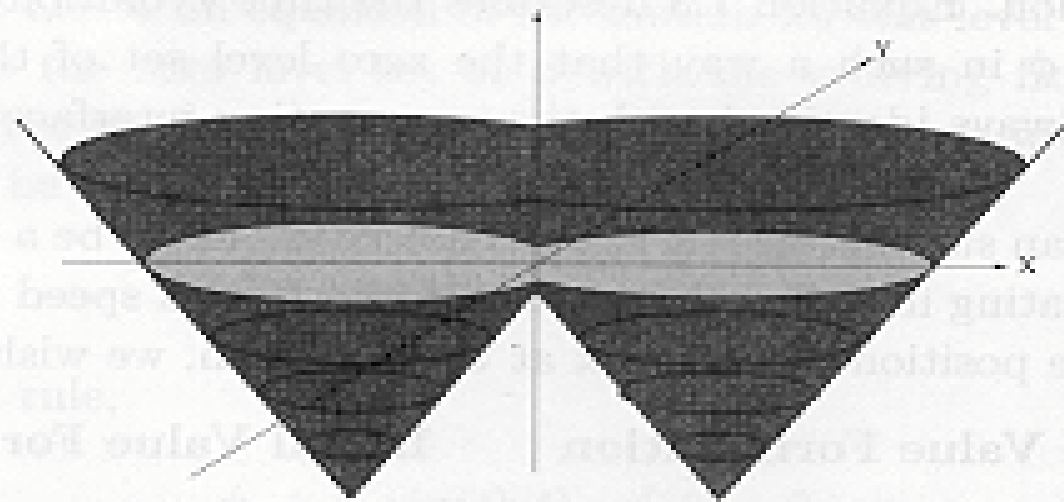
$$K = \nabla \cdot \vec{n}$$

$$F = g \cdot (F_0 + F(K))$$

$$g = \frac{1}{1 + \left| \nabla G_\sigma * I(x, y) \right|}$$



The level set surface ϕ (dark gray):
Two separate initial fronts (in light gray).



Later in time: the interface topology has changed,
yielding a single curve as the zero level set.

Fig. 1.6. Topological change.

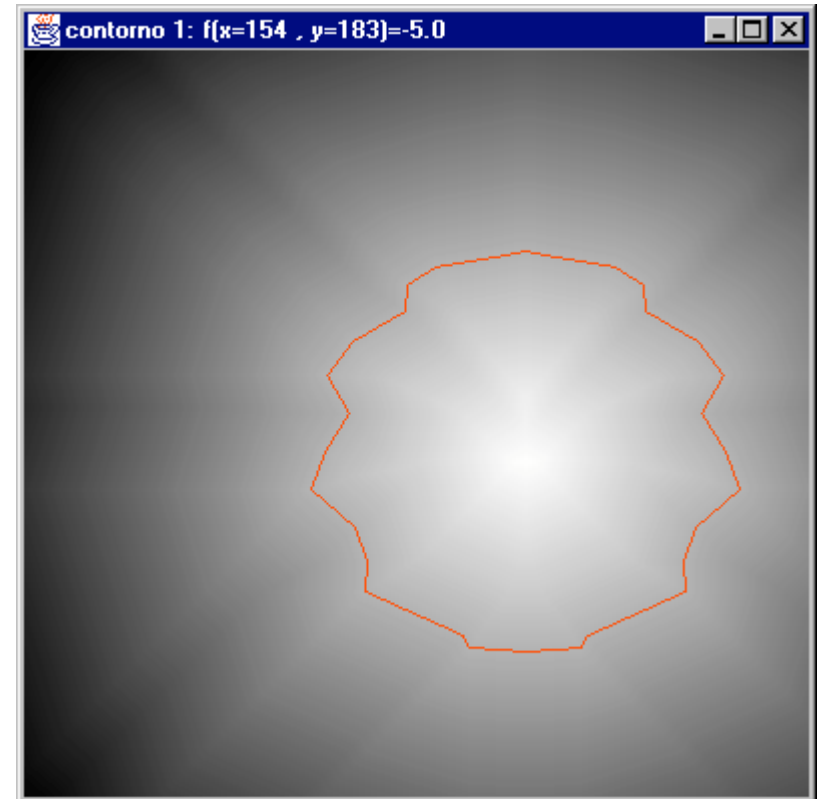
Discretização

$$\Psi_{i,j}^{m+1} = \Psi_{i,j}^m - \Delta T \cdot \left| \vec{\nabla} \Psi_{i,j}^m \right| \cdot F_{i,j}$$

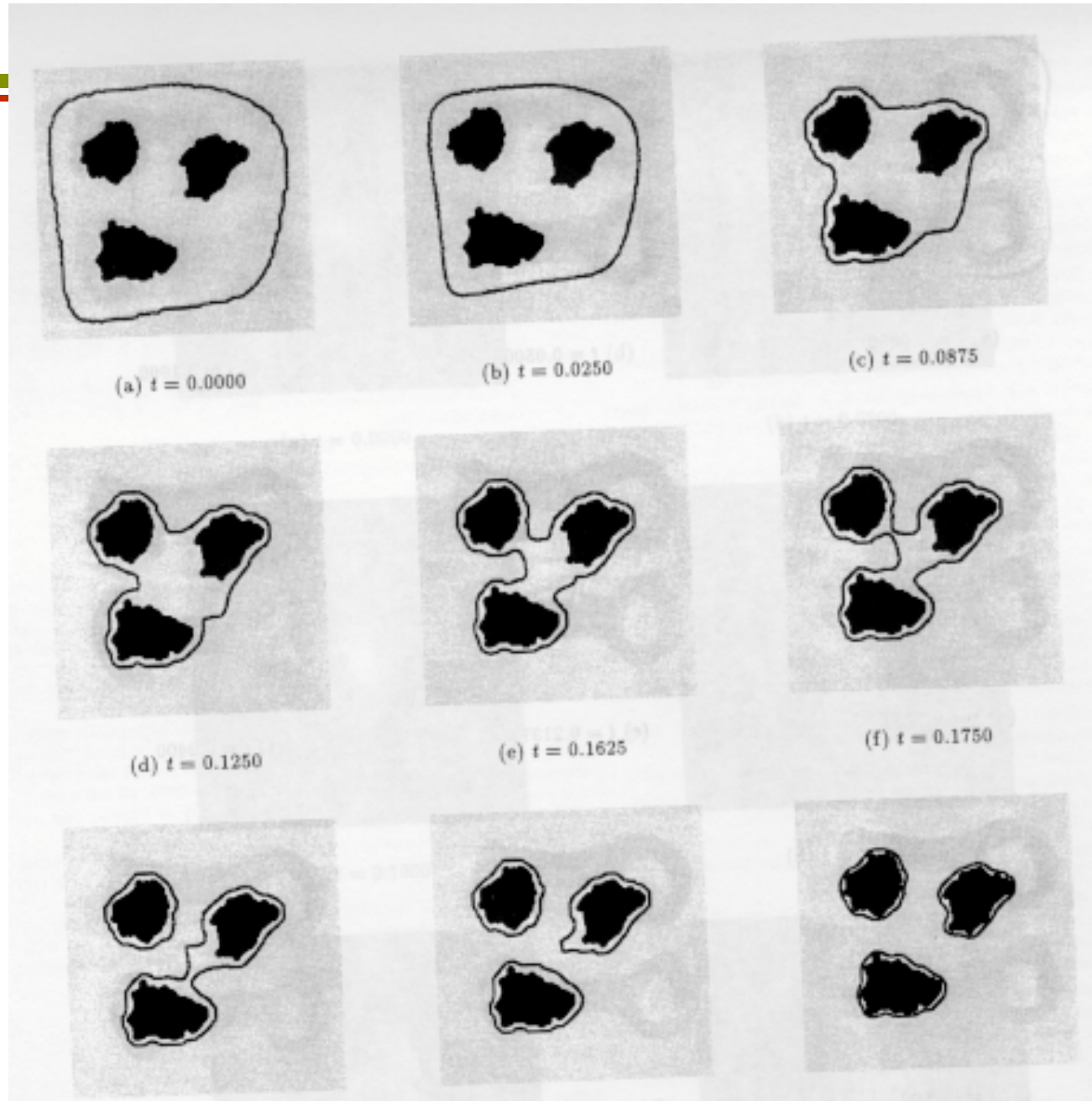
$$(x(s), y(s))$$

$$\vec{n} = (y_s, -x_s) / \sqrt{(x_s^2 + y_s^2)}$$

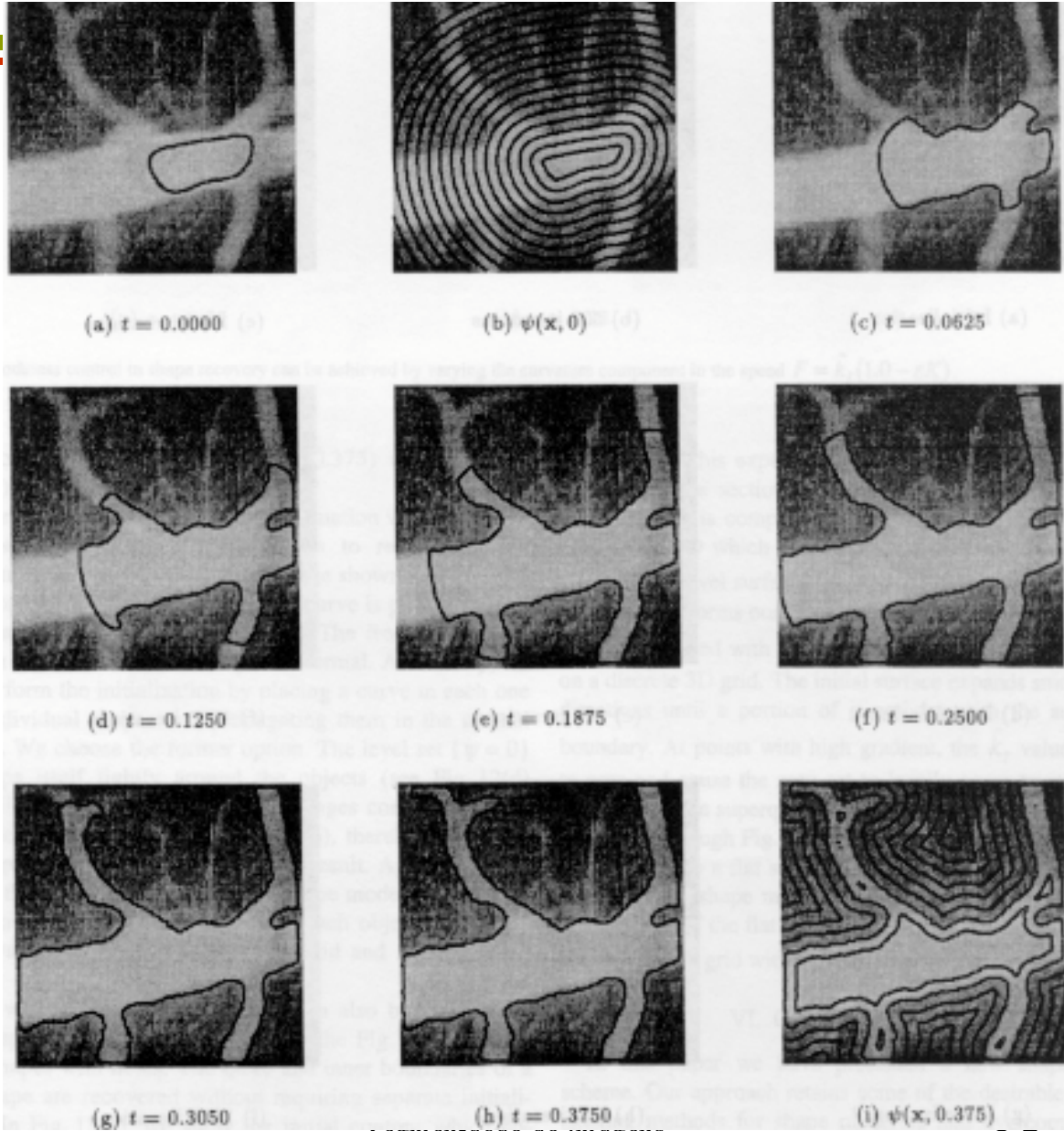
$$K = \frac{y_{ss} \cdot x_s - x_{ss} \cdot y_s}{\sqrt{(x_s^2 + y_s^2)}^3}$$

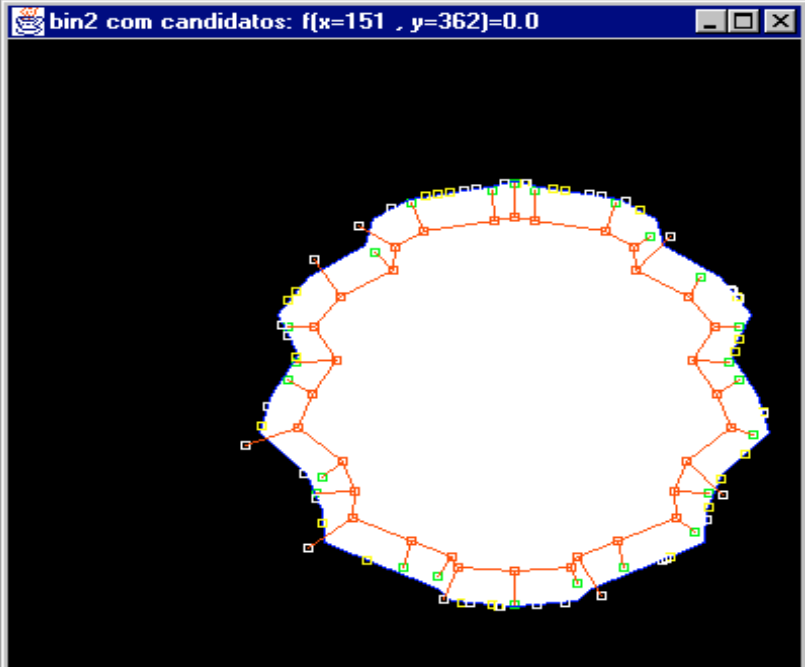
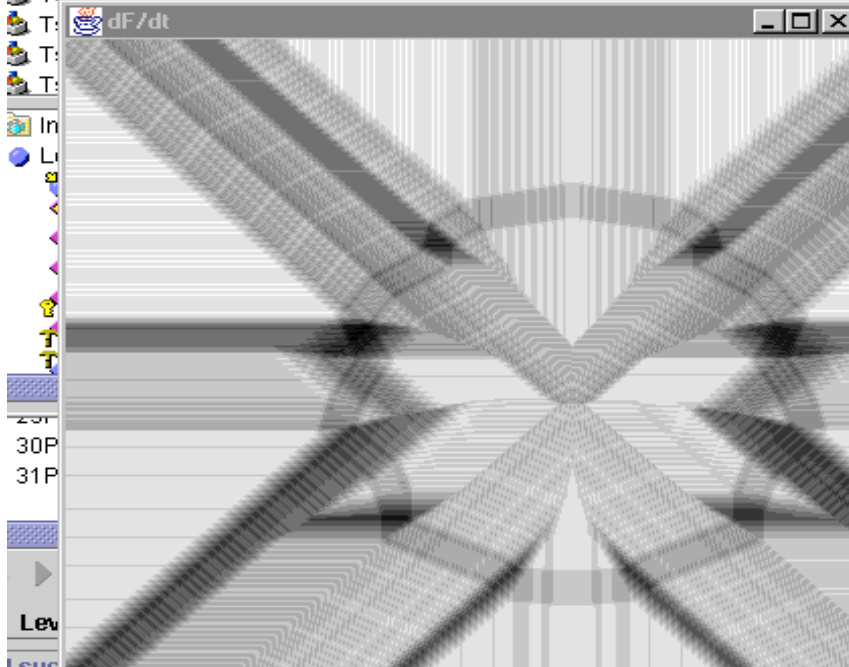
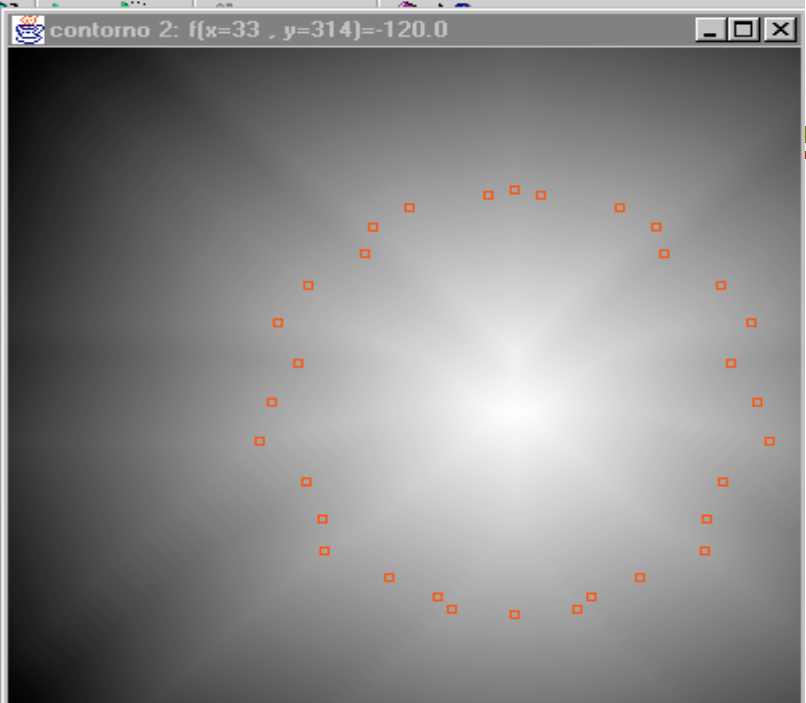
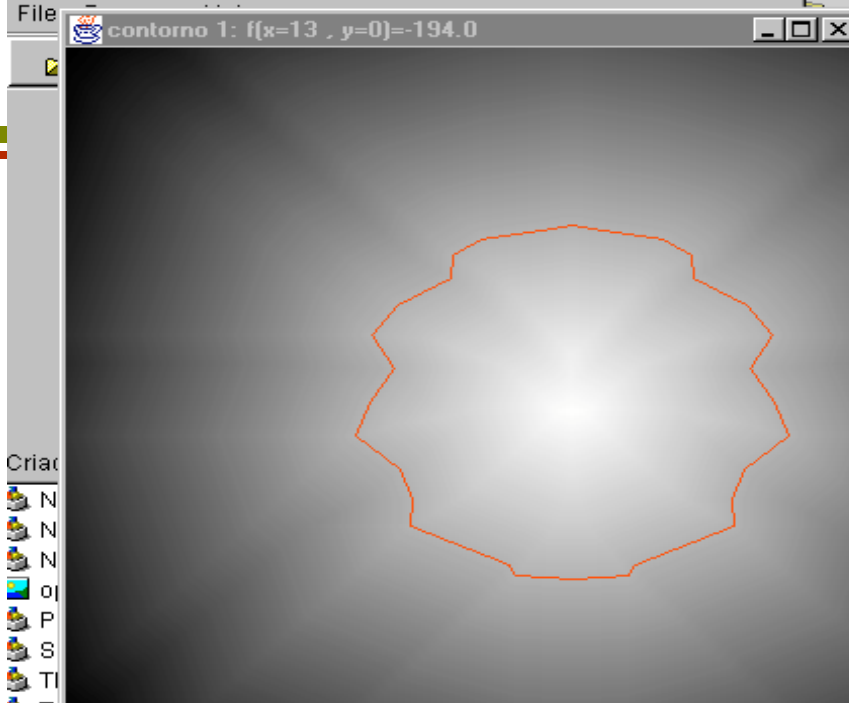


split



ramificação





- Criar
- N
 - N
 - N
 - oi
 - P
 - S
 - TI
 - T:
 - T:
 - T:
 - In
 - L
- 20P
- 30P
- 31P
- Lev
- Lev

Outras Aplicações

- ✓ Restauração de imagens
- ✓ Evolução de contornos
- ✓ Propagação de combustão, fluídos, sismologia, crescimento de cristais, ...
- ✓ Difusão, deposição de materiais, ...

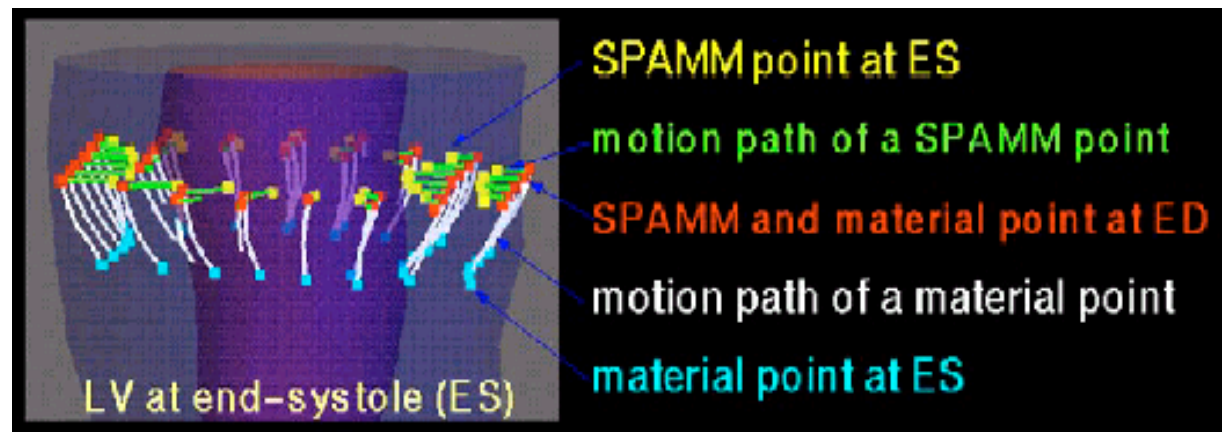
Segmentação de estruturas médicas baseado em contornos ativos e elementos finitos

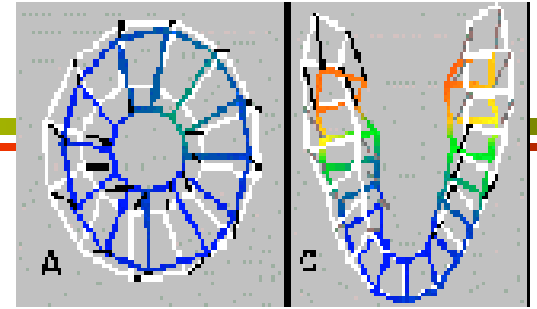
Tema: Modelos deformáveis

- ✓ Importância
 - motivação
 - aplicações

- ✓ Revisão de métodos 2D/3D
 - fundamentos/metodologia
 - vantagens/desvantagens

- ✓ Conclusões

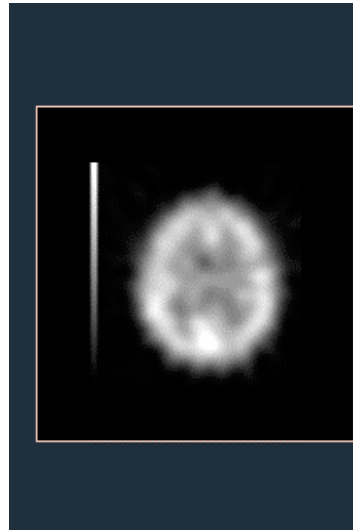
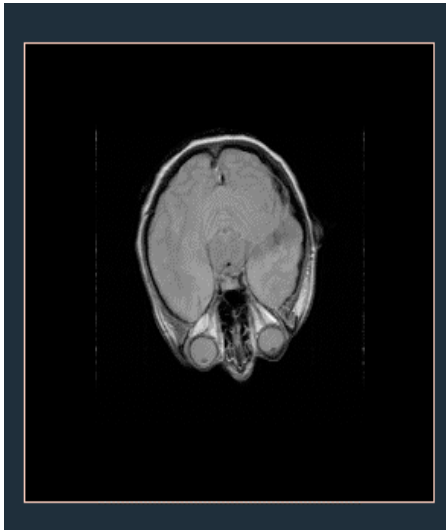




- ✓ Avaliação funcional dos músculos cardíacos
 - Global
 - variação do volume/área/energia cinética
 - Regional
 - pela movimentação regional do endocárdio
 - pelo encurtamento da parede do miocárdio
 - espessura do miocárdio
 - Local
 - pela trajetória de pontos do músculo (tracking)
 - pela velocidade dos pontos do músculo

Aplicações

- Quantificação da avaliação cardíaca
- Visualização da deformação (fisiologia) local
- Alinhamento e fusão de imagens
- Interpolação



Segmentação de Imagens

Segmentação de estr. deform.

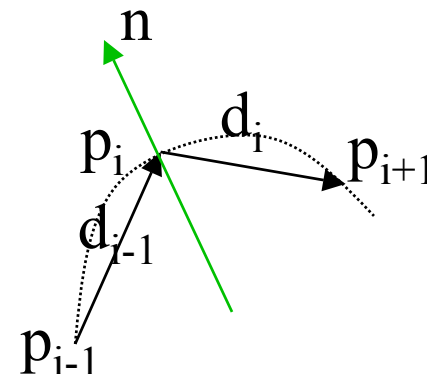
- ✓ Baseados na intensidade do pixel/voxel
 - optical flow, region-growing, conectividade,..
 - ad hocs
- ✓ Baseados em contornos/superfícies
 - Snakes
 - Balloon
 - Topological snakes
- ✓ Baseados em marcas fiduciais (int. e ext.)
 - MR tagging

Snakes

- Objetivo: segmentação (obtenção de contornos e superfícies)
- Dado: imagem (intensidades) e solução inicial
 - obter uma função de energia (interna + externa) em função parametrizada
 - minimizar em relação ao contorno
 - analiticamente
 - numericamente: steepest descent, CG, ...

Snakes: equilíbrio de forças

- 1) P/ cada vértice do contorno inicial, obter:
 - forças internas (curvatura,..)
 - forças externas (gradiente ..)
- 2) Determinação iterativa da velocidade e posição



$$\vec{a}_i^{(k+1)} = \frac{1}{m_i} \cdot \vec{f}_i^{(k+1)}$$

$$\vec{v}_i^{(k+1)} = \vec{v}_i^{(k)} + \vec{a}_i^{(k+1)} \cdot \Delta t$$

$$\vec{p}_i^{(k+1)} = \vec{p}_i^{(k)} + \vec{v}_i^{(k+1)} \cdot \Delta t$$

$$curv = \frac{\vec{d}_i - \vec{d}_{i-1}}{\|\vec{d}_i - \vec{d}_{i-1}\|}$$

$$f_{int} = (curv \otimes filtro)_{radial}$$

$$f_{ext} = (-\nabla I)_{radial}$$

Snakes: fundamento

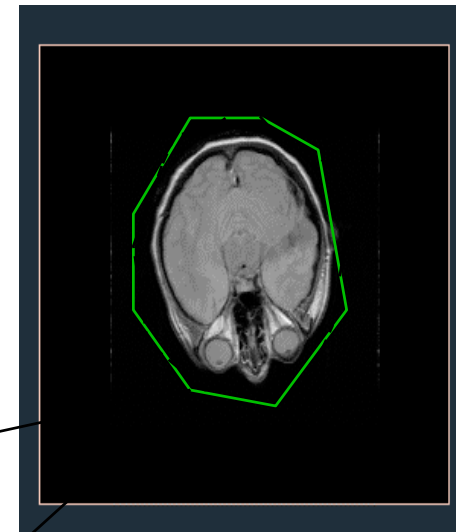
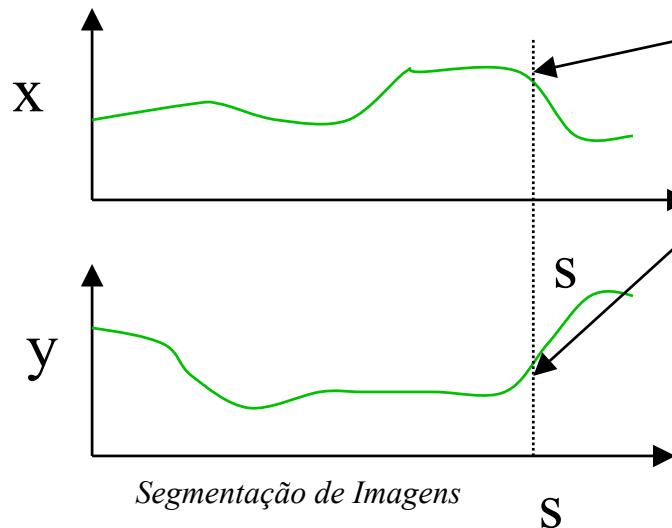
$c(s) : \text{config}$

$$E(c) = E_I(c) + E_E(c)$$

$$E(c) = \int_c [w_1 \cdot \left| \frac{\partial c}{\partial s} \right|^2 + w_2 \cdot \left| \frac{\partial^2 c}{\partial s^2} \right|^2] ds + \int_c w_3 \cdot P(c) \cdot ds$$

$$\min_c E(c)$$

$$c(s) = (x(s), y(s))$$



$$\min_c E(c)$$

$$E(c) = \int_c F(s; c, c', c'') \cdot ds$$

$$c(s), c', c''$$

$$F(s; c(s), c'(s), c''(s))$$

$$F(s; c + \varepsilon \cdot v(s), c' + \varepsilon \cdot v', c'' + \varepsilon \cdot v'') = F(s; c, c', c'') + \varepsilon \cdot v \cdot \frac{\partial F}{\partial c} + \varepsilon \cdot v' \cdot \frac{\partial F}{\partial c'} + \varepsilon \cdot v'' \cdot \frac{\partial F}{\partial c''} + \dots$$

$$\min_{\varepsilon} E \Rightarrow \frac{\partial E}{\partial \varepsilon} = 0 \Rightarrow \text{Euler-Lagrangian}$$

$$\frac{\partial F}{\partial c} - \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial F}{\partial c'} \right) + \frac{d^2}{ds^2} \left(\frac{\partial F}{\partial c''} \right) = 0$$

Definição adequada da Energia

- ✓ Elasticidade (suavidade do contorno)
- ✓ Rigidez (curvaturas)
- ✓ Informações de borda

$c(s) : \text{config}$

$$E(c) = E_I(c) + E_E(c)$$

$$E(c) = \int_c [w_1 \cdot \left| \frac{\partial c}{\partial s} \right|^2 + w_2 \left| \frac{\partial^2 c}{\partial s^2} \right|^2] ds + \int_c w_3 \cdot P(c) \cdot ds$$

$$P(c(s)) = -\left\| \nabla (G_\rho * \text{Im}) \right\|$$

Solução da minimização

Equilíbrio

$$E(c) = \int_c [w_1 \cdot |c'(s)|^2 + w_2 |c''(s)|^2] ds + \int_c w_3 \cdot P(c) \cdot ds$$

Euler – Lagrange =>

$$-\frac{d}{ds} \left(w_1 \cdot \frac{dc}{ds} \right) + \frac{d^2}{ds^2} \left(w_2 \cdot \frac{d^2 c}{ds^2} \right) + \nabla P(c) = 0$$

Dinâmica

$$\frac{dc}{dt} - \frac{d}{ds} \left(w_1 \cdot \frac{dc}{ds} \right) + \frac{d^2}{ds^2} \left(w_2 \cdot \frac{d^2 c}{ds^2} \right) + \nabla P(c) = 0$$

Implementação: difer.finitas

$$-w_1.c'' + w_2.c'''' = -\nabla P(c)$$

$$c(i) = \begin{bmatrix} x(i) \\ y(i) \end{bmatrix}$$

$$x'(i) = \frac{x(i+1) - x(i)}{h}$$

$$x''(i) = \frac{x(i-1) - 2x(i) + x(i+1)}{h^2}$$

$$x''''(i) = (x''(i))''$$

...

$$-w_1 \cdot \frac{x(i-1) - 2x(i) + x(i+1)}{h^2} + w_2 \cdot [a_1 \cdot x(i-2) + \dots + a_5 \cdot x(i+2)] = -\nabla P(i)$$

Para cada ponto i do contorno em equilíbrio

Diferenças finitas

$$0 + 0 + \dots + b_1 \cdot x(i-2) + b_2 \cdot x(i-1) + \dots + b_5 \cdot x(i+2) = -\nabla P(i)$$

$$\begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & 0 \\ 0 & b_1 & \dots & \\ 0 & & b_2 & \\ 0 & & b_1 & b_2 \\ 0 & & & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(1) \\ x(2) \\ \dots \\ x(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla P(1) \\ -\nabla P(2) \\ \dots \\ -\nabla P(n) \end{bmatrix}$$

$$A \cdot \vec{X} = \vec{f}(\vec{X})$$

Sistema de equações com dependência implícita

- Métodos numéricos iterativos

Modo dinâmico

$$\frac{dc}{dt} - \frac{d}{ds} \left(w_1 \cdot \frac{dc}{ds} \right) + \frac{d^2}{ds^2} \left(w_2 \cdot \frac{d^2 c}{ds^2} \right) + \nabla P(c) = 0$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} + A \cdot \vec{X} = \vec{f}(\vec{X})$$

$$\frac{X^t - X^{t-1}}{\Delta t} + A \cdot X^{t-1} = f(X^{t-1})$$

$$X^t = (I - \Delta t \cdot A) \cdot X^{t-1} + \Delta t \cdot f(X^{t-1})$$

Solução iterativa até atingir o equilíbrio

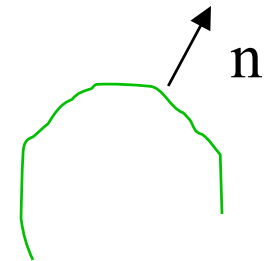
Snakes: Vantagens/desvantagens

- + Emula modelo físico. Imagens são apenas representações de modelos físicos.
- Processos reais são complexos p/ modelar
- Constantes desconhecidas
- Pesos relativos ?
- Apenas segmentação e alinhamento. Tracking exige modelagem mais precisa.

Balloon

- ✓ Simulated annealing
- ✓ Region-growing com função custo
- ✓ Modelo físico de expansão
 - Pode superar bordas espúrias

$$f = w_1 \cdot \vec{n}(s) - k \cdot \frac{\nabla P(s)}{\|\nabla P\|}$$

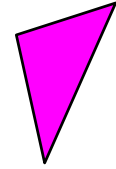
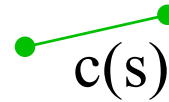


Elementos finitos (FEM)

- ✓ O elemento como um todo é modelado e segue uma lei.
 - Valores internos ao elemento podem ser estimados a partir dos extremos
- ✓ Minimiza-se o resíduo total considerando as funções de interpolação



Modelo $-w_1.c''+w_2.c'''' = -\nabla P(c)$



Resíduo

$$-w_1.c''+w_2.c''''+\nabla P(c) = 0$$

$$c(s) = c_1.N_1(s) + c_2.N_2(s)$$

$$residuo_i = \int_{c1}^{c2} [-w_1.c''+w_2.c''''+\nabla P(c)].N_i(s)ds = 0$$

$$A.c = f$$

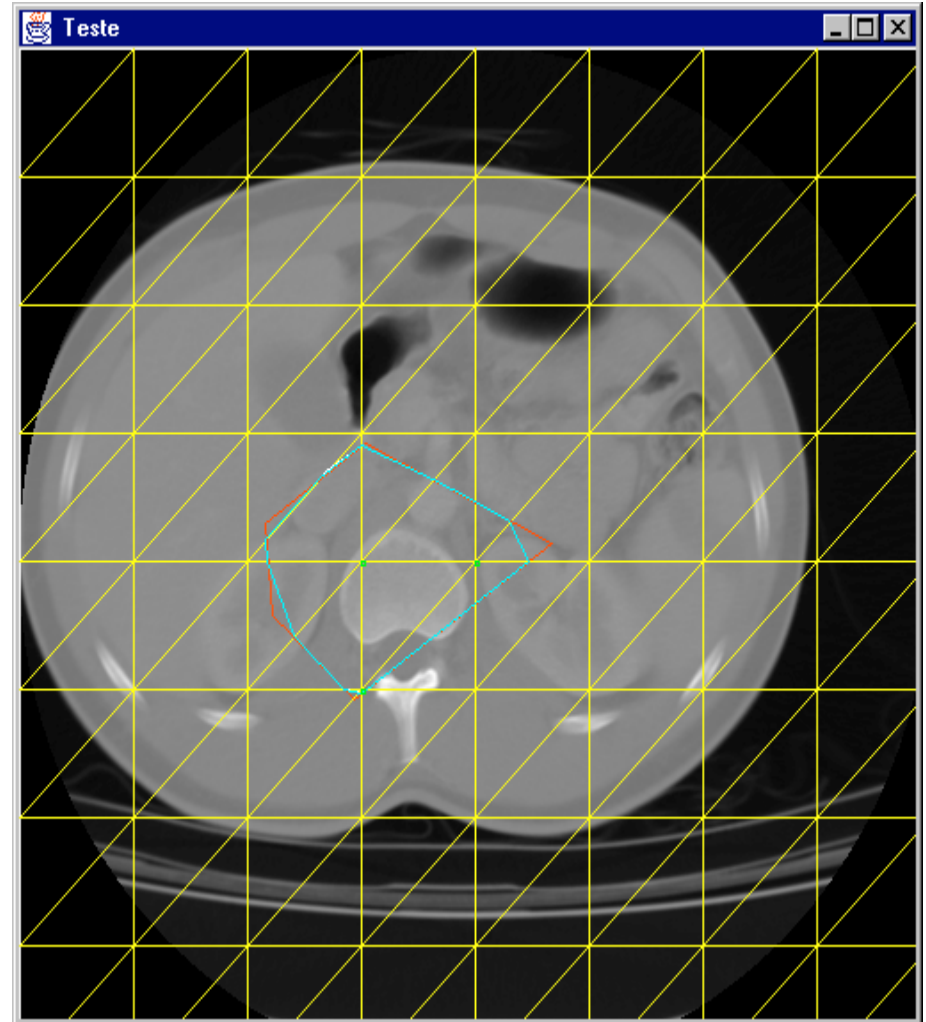
$$\frac{dX}{dt} + A.X = \vec{f}(X)$$

$$\frac{X^t - X^{t-1}}{\Delta t} + A.X^{t-1} = f(X^{t-1})$$

$$X^t = (I - \Delta t.A).X^{t-1} + \Delta t.f(X^{t-1})$$

Topological Snakes

- ✓ Snakes sobre um grid do domínio
 - + simples que o FEM
 - + eficiente que o snakes
 - + incorpora o balloon



T-snake

$$\frac{dc}{dt} - \frac{d}{ds} \left(w_1 \cdot \frac{dc}{ds} \right) + \frac{d^2}{ds^2} \left(w_2 \cdot \frac{d^2c}{ds^2} \right) + \nabla P(c) = 0$$

$$k \cdot \frac{dc}{dt} - a \cdot f_{elástica} + b \cdot f_{flexao} = f_{balloon} + f_{externa}$$

$$c_i^{t+1} = c_i^t + (a \cdot f_{elástica} - b \cdot f_{flexao} + f_{balloon} + f_{externa}) \cdot \Delta t / k$$

$$f_{elástica} = \text{Laplaciano} (c_i^t)$$

$$f_{flexao} = \text{Laplaciano} (\text{Laplaciano} (c_i^t))$$

resultados

